

アクティブフィルタの設計と合成

Active filter design and synthesis

1987/08/06 ～

2020/04/21

次数の計算方法を追加

2022/10/24

英文翻訳を追加

ver.3.30 2025/05/05

ver.3.32 2026/02/10

三浦 高志

アクティブフィルタの設計と合成

及びディジタルフィルタへの変換

Active filter design and synthesis and conversion to digital filters

翻訳にはgoogle翻訳と DeepL翻訳を利用しました。

Translation was done using google translate and DeepL translation.

1993年10月22日 三浦 高志

October 22, 1993 Takashi Miura

LtAct ver.3.30 での変更点

Changes in LtAct ver.3.30

基本回路図の R 素子と C 素子の値の種類を減らすために、LP1 は $R1=R2=R3$ 、LP2 は $R1=R2$ 、HP1 は $C1=C2=C3$ 、HP2 は $C1=C2$ 、ET1 は $R41=R42=R43=R44=R45=10\text{ k}$ となるように回路図を合成するように変更しました。

In order to reduce the number of different values for the R and C elements in the basic circuit diagram, the circuit diagram was modified to be synthesized so that

LP1 is $R1=R2=R3$, LP2 is $R1=R2$,

HP1 is $C1=C2=C3$, HP2 is $C1=C2$,

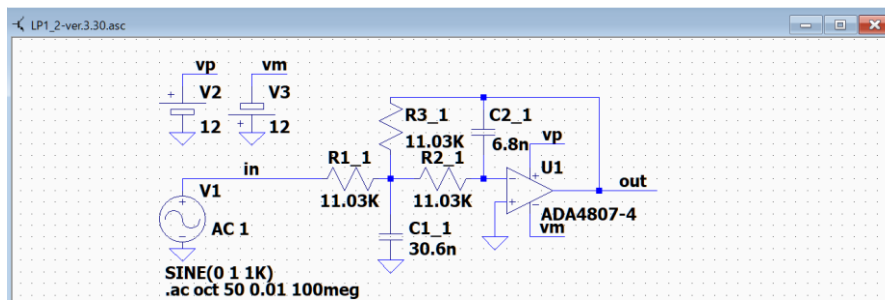
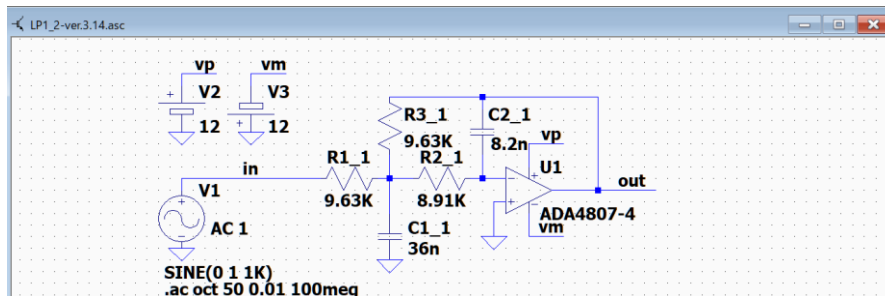
and ET1 is $R41=R42=R43=R44=R45=10\text{ k}$.

LtAct ver.3.30 での変更点

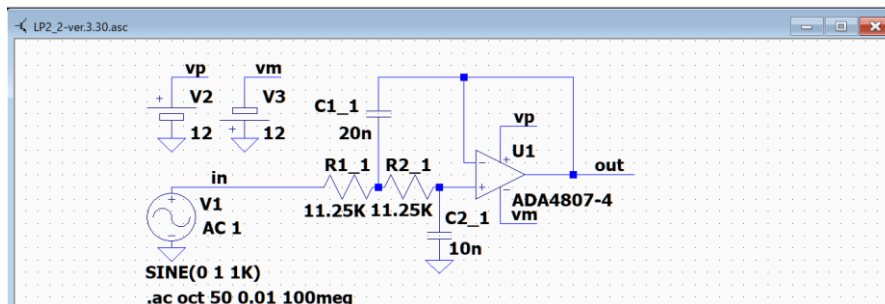
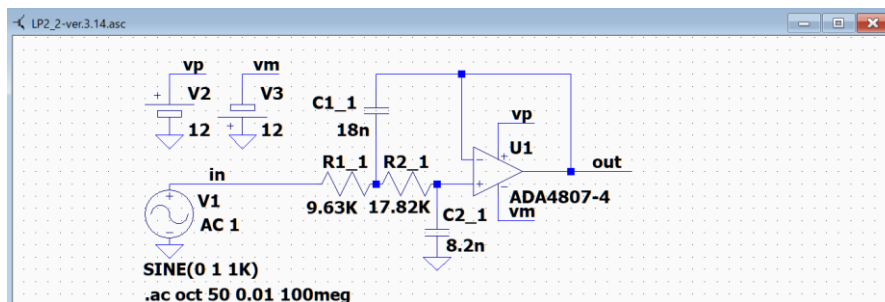
LtAct ver.3.14 の回路図と LtAct ver.3.30 の回路図の比較

Comparison of circuit diagrams for LtAct ver.3.14 and LtAct ver.3.30

LP1



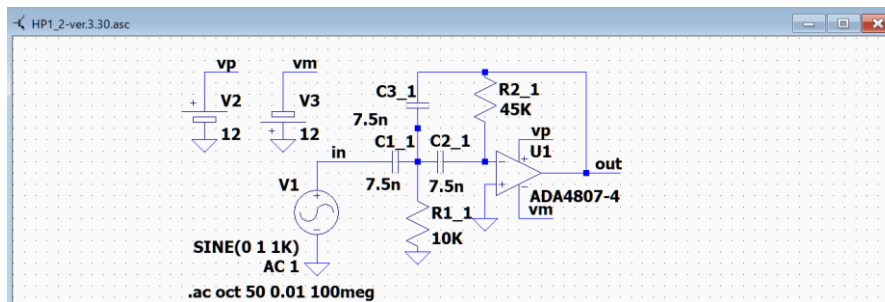
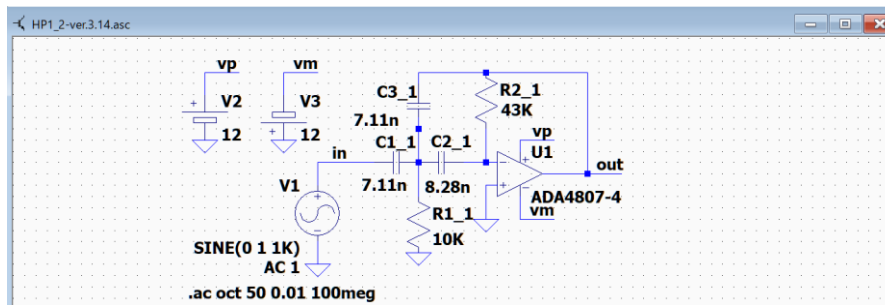
LP2



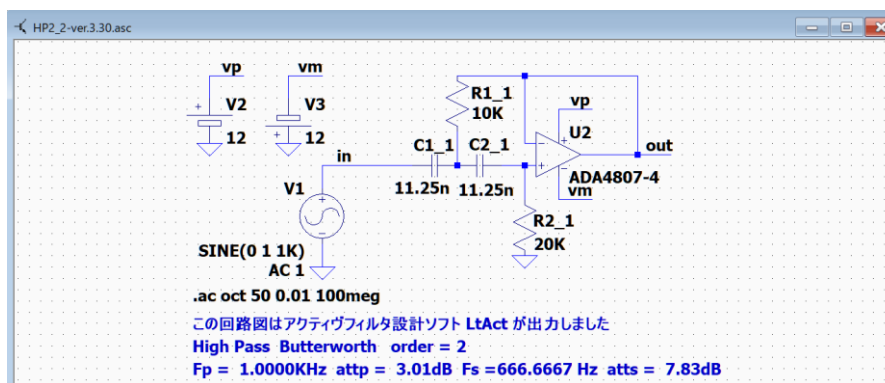
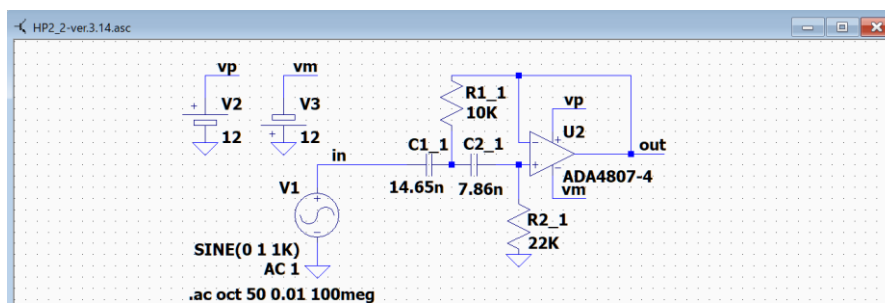
アクティブフィルタの設計と合成

LtAct ver.3.30 での変更点

HP1



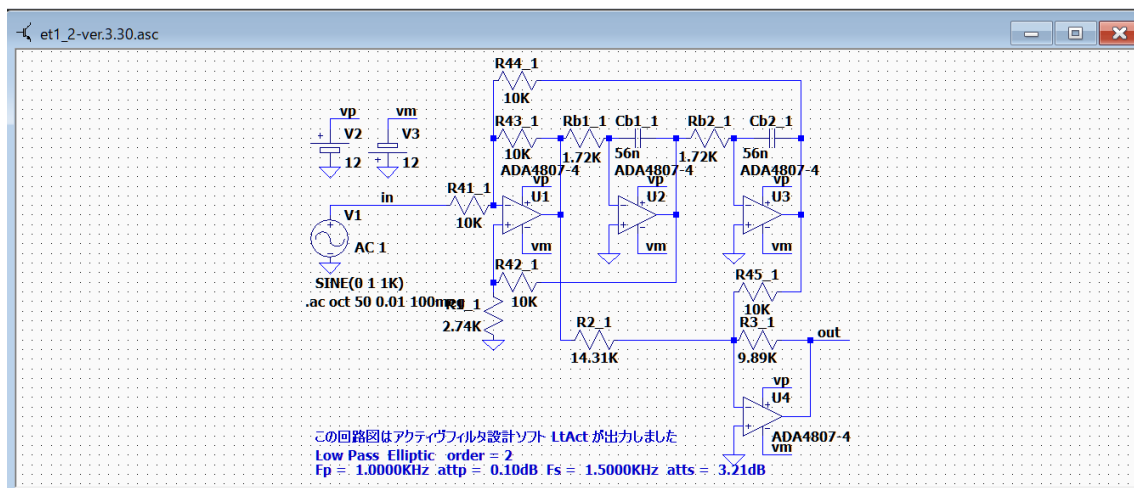
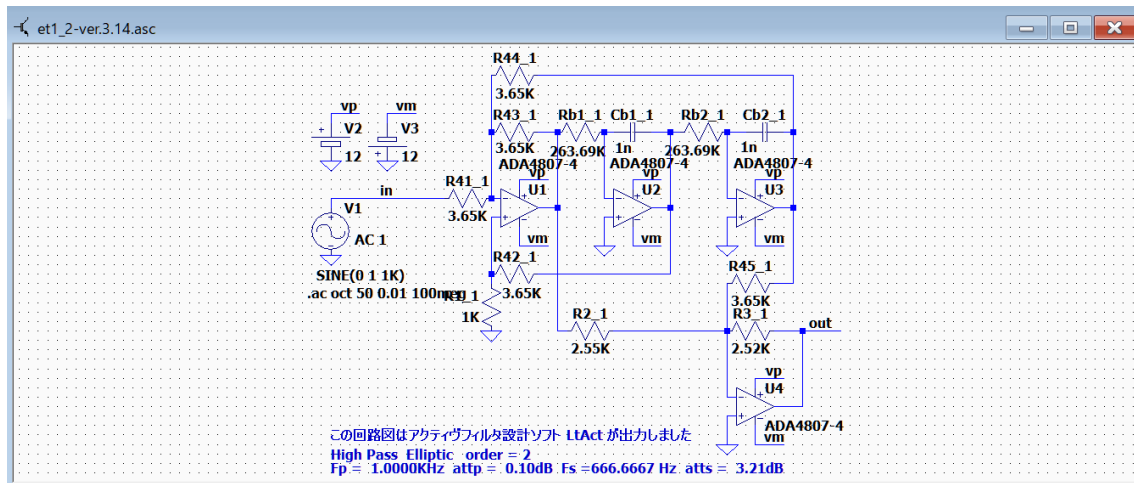
HP2



アクティブフィルタの設計と合成

LtAct ver.3.30 での変更点

ET1



基本回路と伝達関数

基本回路と伝達関数

Diagram of the basic circuit block

1 次のローパスフィルタ基本回路 lp1

1st order low-pass filter basic circuit lp1

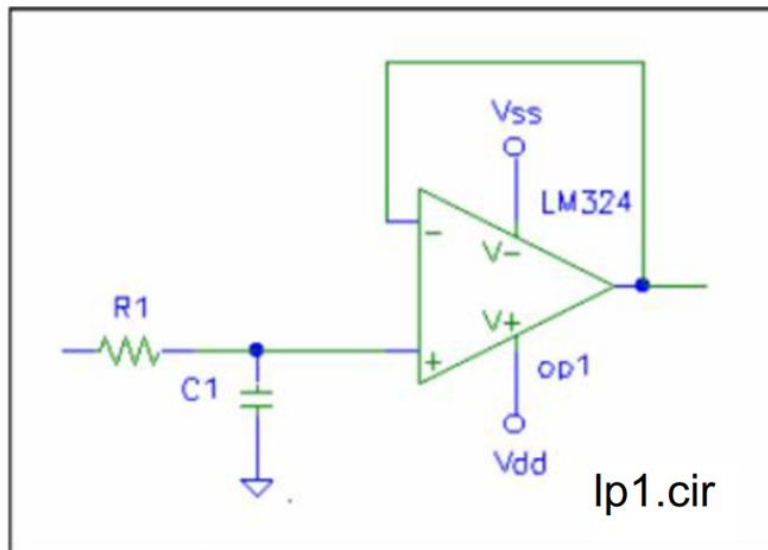


図 2-1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1_1.cir

Figure 2-1 1st order low-pass filter basic circuit lp1.cir

lp1_cir の伝達関数

transfer function of lp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-1)$$

奇数次数の各種ローパスフィルタに使用される。

Used for various low-pass filters of odd order.

1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1

1st-order high-pass filter basic circuit hp1

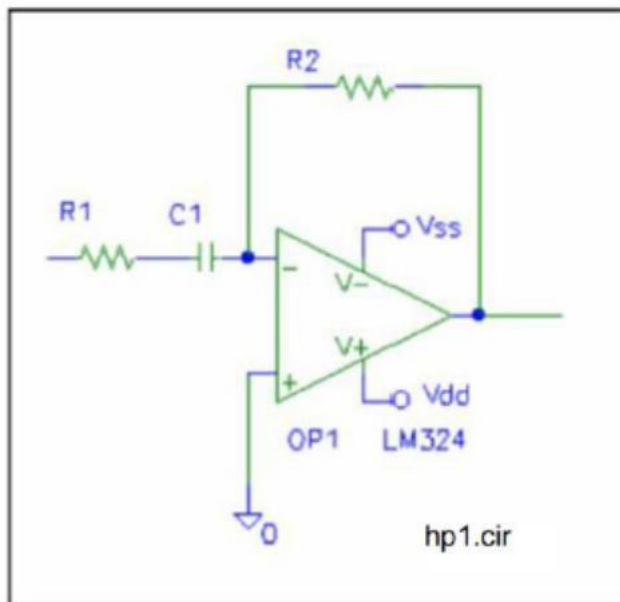


図 4－1 1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1.cir

Figure 4-1 1st-order high-pass filter basic circuit hp1.cir

hp1.cirの伝達関数

Transfer function of hp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4-1)$$

奇数次数の各種ハイパスフィルタに使用される。

Used for various odd-order high-pass filters.

2 次のローパスフィルタ基本回路 LP1

2nd order low-pass filter basic circuit LP1

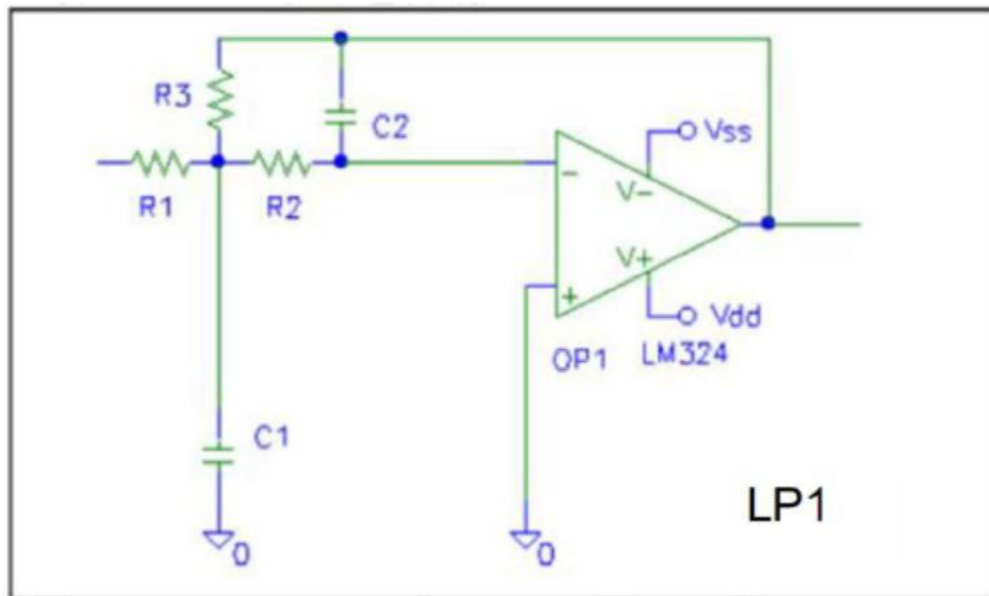


図 2-3 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP1 (lpat1_2.cir)

Figure 2-3 2nd order low-pass filter basic circuit LP1 (lpat1_2.cir)

LP1 の伝達関数

Transfer function of LP1

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

$$C_2 = C, C_1 = m \cdot C, R_1 = R, R_2 = k \cdot R, R_3 = R$$

$k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$ に設定する。

2 次のローパスフィルタ基本回路 LP2

2nd order low-pass filter basic circuit LP2

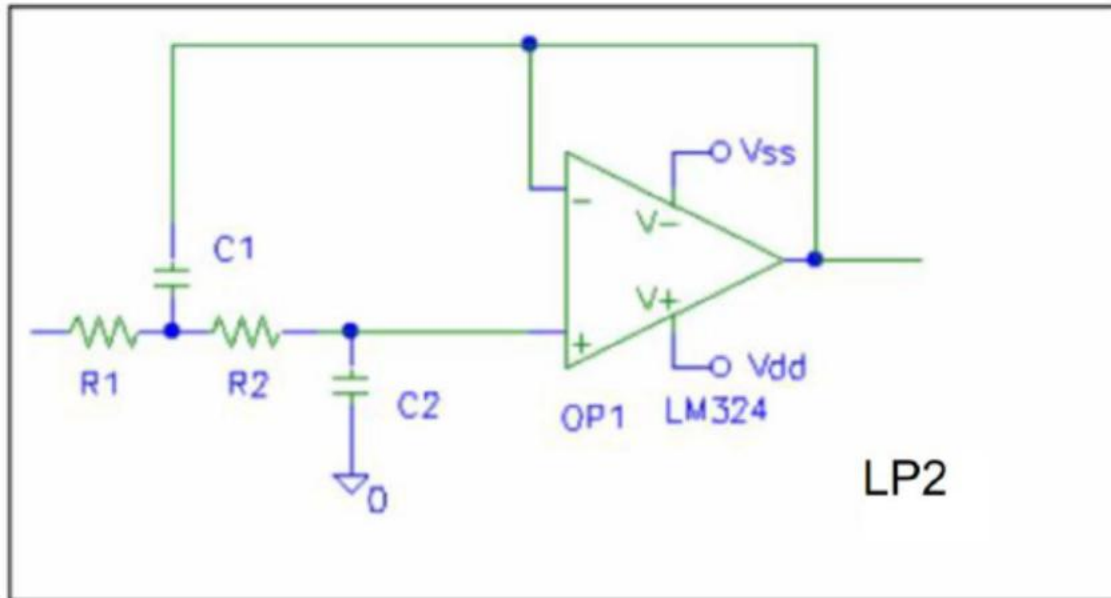


図 2-4 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP 2 (lpat2_2.cir)

Figure 2-4 Quadratic function low-pass filter basic circuit LP2 (lpat2_2.cir)

LP 2 の伝達関数

Transfer function of LP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (2-4)$$

$$C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$$

$k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$ に設定する。

2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP1

2nd order high-pass filter basic circuit HP1

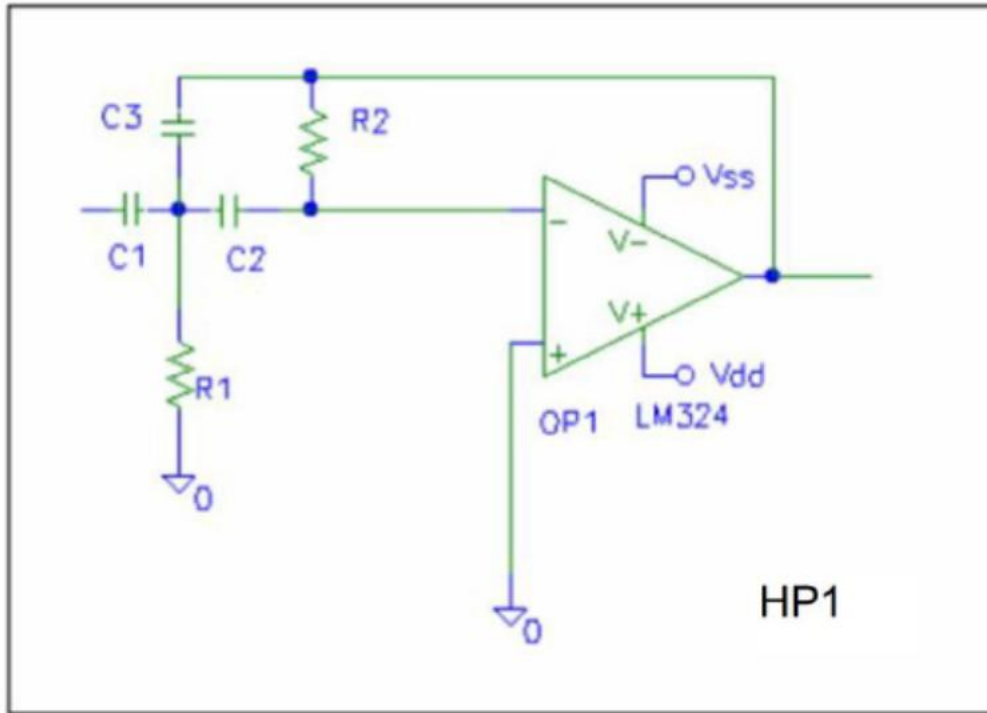


図 4 - 2 2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP 1 (hpat1_2.cir)

Figure 4-2 2nd order high-pass filter basic circuit HP1 (hpat1_2.cir)

HP 1 の伝達関数

Transfer function of HP1

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

$$C_1 = C, C_2 = m \cdot C, C_3 = C, R_1 = R, R_2 = k \cdot R$$

$m = 1, k = 9 \cdot Q_k^2$ に設定する。

2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP2

2nd order high-pass filter basic circuit HP2

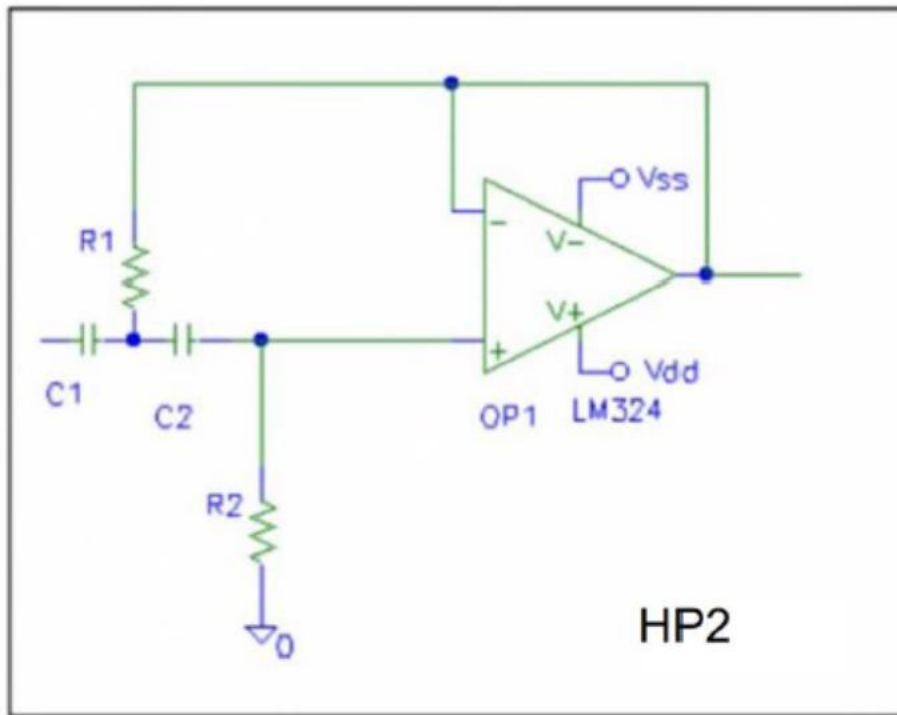


図 4－3 2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP 2 (hpat2_2.cir)

Figure 4-3 2nd order high-pass filter basic circuit HP2 (hpat2_2.cir)

HP 2 の伝達関数

Transfer function of HP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

$$C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$$

$m = 1, k = 4 \cdot Q_k^2$ に設定する。

1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP1

1st order bandpass filter basic circuit BP1

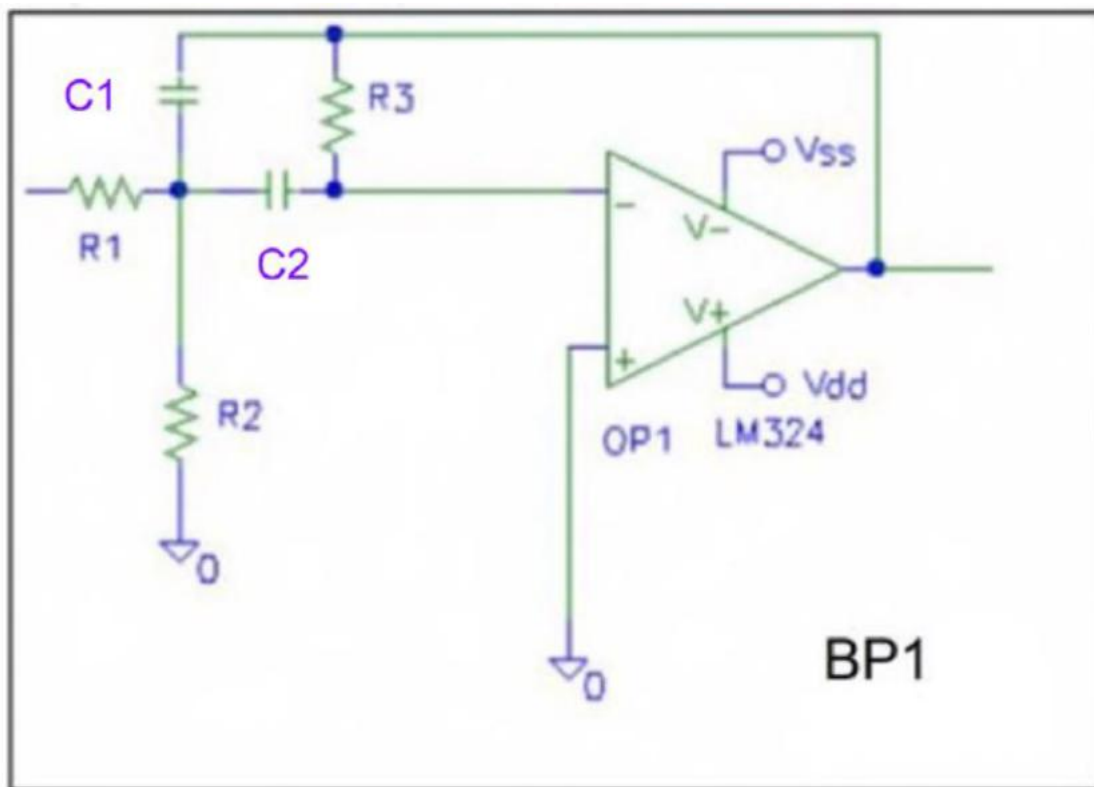


図 6 - 1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 1 (bpat1.cir)

Figure 6-1 1st order bandpass filter basic circuit BP1 (bpat1.cir)

B P 1 の伝達関数

Transfer function of BP1

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3}s}{s^2 + \frac{2}{CR_3}s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}} \quad (6-1)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP2

1st order bandpass filter basic circuit BP2

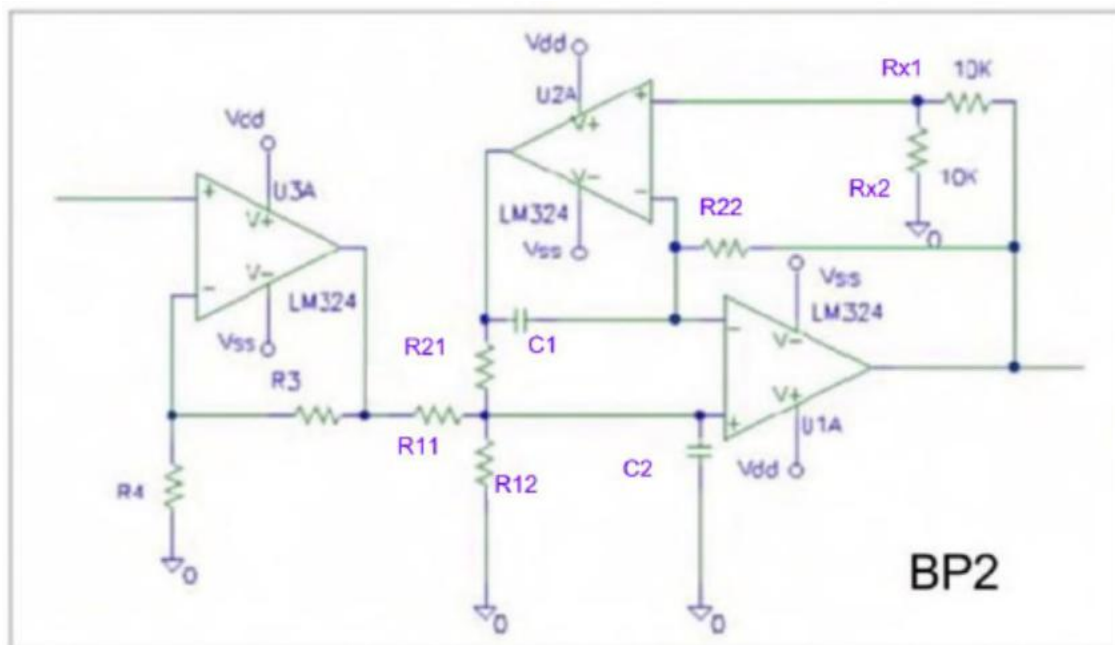


図 6 - 2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 2 (bpat2.cir)

Figure 6-2 1st order bandpass filter basic circuit BP2 (bpat2.cir)

B P 2 の伝達関数

Transfer function of BP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6-2)$$

「LtAct」の計算値が $R_3 = 0$ になる時には、「LTSpice」では素子値に 0 を使用することが出来ないで、「LtAct」は $R_3 = 10\text{m}$ (0.01) を出力します。

When the calculated value of "LtAct" is $R_3 = 0$, "LTSpice" cannot use 0 for the element value, so "LtAct" outputs $R_3 = 10\text{m}$ (0.01).

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE1

Basic circuits for BE filters and various filters BE1

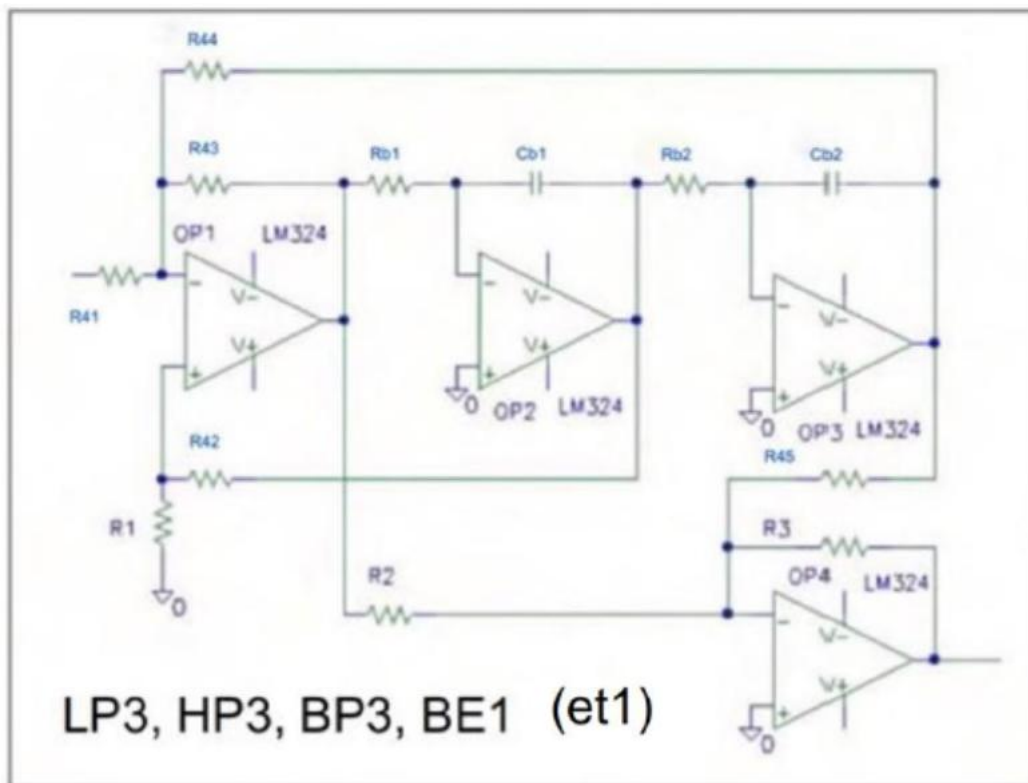


図 2-5 2 次のローパスフィルタその他で利用される基本回路 (lpet1_2.cir)

Figure 2-5 Basic circuit used in secondary low-pass filters and others (lpet1_2.cir)

この回路はLP3、HP3、BP3、BE1、ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも使用される。

This circuit is also used in LP3, HP3, BP3, BE1, highpass, bandpass and BE filters.

et1(LP3、HP3、BP3、BE1)の伝達関数

Transfer functions of et1(LP3, HP3, BP3 and BE1)

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$

$R = R_{41} \sim R_{45}$ は任意に設定する 「LtAct」 のver.3.30では 10K に設定している。

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE1

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE2

Basic circuits for BE filters and various filters BE2

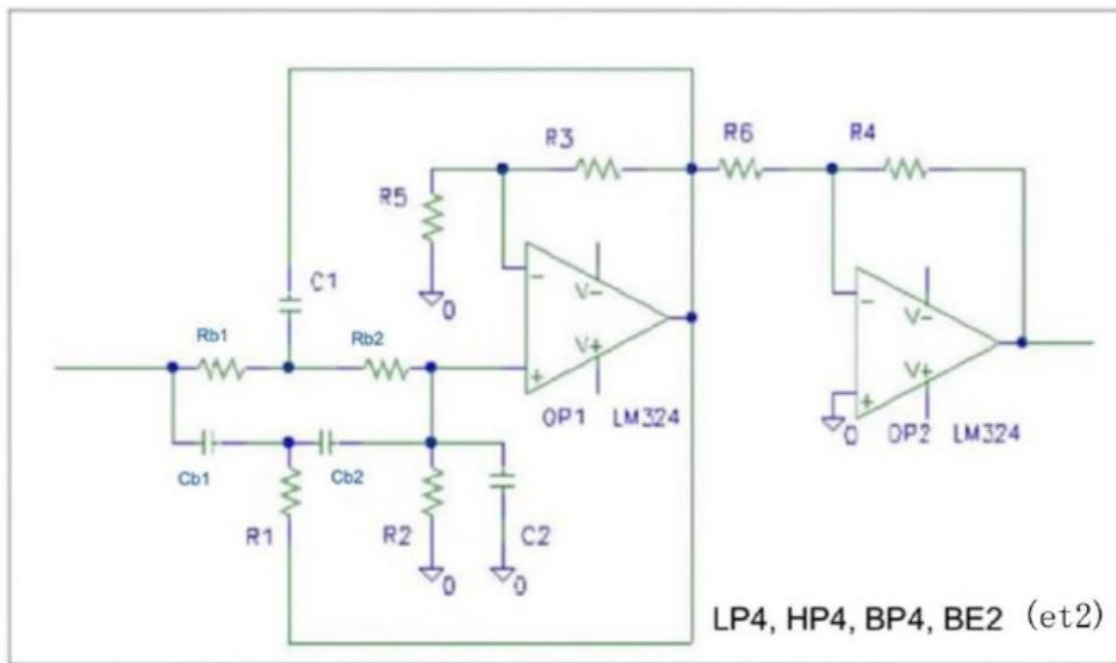


図 2-6 2 次のローパスフィルタその他で利用される基本回路 (lpet2_2.cir)

Figure 2-6 Basic circuit used in secondary low-pass filters and others (lpet2_2.cir)

この回路はLP4, HP4, BP4, BE2、ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも使用される。

This circuit is also used in LP4, HP4, BP4, BE2, highpass, bandpass and BE filters.

et2(LP4, HP4, BP4, BE2)の伝達関数

Transfer functions of et2(LP4, HP4, BP4 and BE2)

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

$$R1 = \frac{Rb}{2}, C1 = 2 \cdot Cb, R2 = \frac{2 \cdot Rb}{kr}, C2 = \frac{kd \cdot Cb}{2}, R3 = (kk - 1) \cdot R5$$

R_5 と R_6 は 10K に固定されている

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE2

目次

アクティブフィルタの設計と合成	1
Active filter design and synthesis	1
LtAct ver.3.30 での変更点	2
基本回路と伝達関数	6
1 次のローパスフィルタ基本回路 lp1	6
1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1	7
2 次のローパスフィルタ基本回路 LP1	8
2 次のローパスフィルタ基本回路 LP2	9
2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP1	10
2 次のハイパスフィルタ基本回路 HP2	11
1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP1	12
1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP2	13
BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE1	14
BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路 BE2	15
目次	16
アクティブフィルタの設計プログラム（予定）	22
Active filter design program	22
プログラム操作の流れ（予定）	22
McAct で使用する基本フィルタ回路	24
1 次のローパスフィルタ基本回路 lp1.cir	24
2 次のローパスフィルタ基本回路	25
1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1.cir	27
2 次のハイパスフィルタ基本回路	28
1 次のバンドパスフィルタ基本回路	30
BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路	32
参考文献	34
References	34
第1章 ローパスフィルタの設計	37
1-1 ローパスフィルタの種類と周波数特性グラフ	37
1-2 極のみを持つ伝達関数の例	40
1-3 バターワースフィルタの設計	40
1-4 バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ	42
1-5 与えられた仕様を満たすバターワースローパスフィルタの設計	43

次数の決定方法	45
次数ごとの利得関数の確認	48
利得関数 $m=1, 2$	49
利得関数 $m=3, 4$	49
利得関数 $m=5$	51
利得関数 $m=6$	52
利得関数 $m=7$	53
利得関数 $m=8$	54
利得関数 $m=9$	55
利得関数 $m=10$	56
1-6 チェビシェフローパスフィルタの設計	57
1-7 チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ	61
1-8 与えられた仕様を満たすチェビシェフローパスフィルタの設計	63
次数の決定方法	65
1-9 逆チェビシェフローパスフィルタの設計	68
1-10 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ	72
1-11 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計	73
次数の決定方法	76
1-12 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計 2	82
1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計 ..	85
第1種の楕円積分	92
楕円関数 elliptic function	94
楕円積分のもう一つの表現	99
$Rm(x, L)$ に対する周期長方形	103
例 Example	118
1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ	120
次数の決定方法	122
プログラムによって伝達関数を求める例	125
1-15 与えられた次数による楕円関数ローパスフィルタの設計	133
第2章 ローパスフィルタの合成	135
2-1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式	135
2-2 ローパスフィルタの種類と伝達関数	139
2-2-a バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ	139
2-2-b チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ	140
2-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ	142
2-2-d 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ	144

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	146
2-3-1 1 次の回路のローパスフィルタへの適用	146
2-3-2 2 次の回路のローパスフィルタへの適用	146
2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用	147
2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用	153
2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用	155
2-3-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用	160
第3章 ハイパスフィルタの設計	166
3-1 ハイパスフィルタの種類と周波数特性グラフ	166
3-2 ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換する	169
3-3 バターワースハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	171
3-4 与えられた仕様を満たすバターワースハイパスフィルタの設計	172
3-5 チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	174
3-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフハイパスフィルタの設計	175
3-7 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	177
3-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフハイパスフィルタの設計	178
3-9 楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数のまとめ	180
3-10 与えられた次数による楕円関数ハイパスフィルタの設計	182
第4章 ハイパスフィルタの合成	184
4-1 ハイパスフィルタの種類と基本回路形式	184
4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	188
4-2-1 1 次の回路のハイパスフィルタへの適用	188
4-2-2 2 次の回路のハイパスフィルタへの適用	188
4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用	189
4-2-b チェビシェフハイパスフィルタへの適用	192
4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用	194
4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用	198
第5章 バンドパスフィルタの設計	203
5-1 バンドパスフィルタの種類と周波数特性グラフ	203
5-2 ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する	206
5-3 バターワースバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	217
5-4 与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計	219
5-5 チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	221
5-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフバンドパスフィルタの設計	223
5-7 逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	225
5-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計	228

5-9 楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数のまとめ	230
5-10 総体的なバンドパスフィルタの設計の手順.....	235
第6章 バンドパスフィルタの合成	236
6-1 バンドパスフィルタの種類と基本回路形式	236
6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	241
6-2-a バターワースバンドパスフィルタへの適用	242
6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用	246
6-2-c 逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用.....	250
6-2-d 楕円関数バンドパスフィルタへの適用.....	257
第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計.....	267
7-1 バンドエリミネーションフィルタ (B E フィルタ) の種類と周波数特性グラフ	267
7-2 ローパスフィルタをB E フィルタに変換する.....	270
7-3 バターワースB E フィルタの伝達関数のまとめ	281
7-4 与えられた仕様を満たすバターワースB E フィルタの設計.....	283
7-5 チェビシェフB E フィルタの伝達関数のまとめ	285
7-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフB E フィルタの設計.....	287
7-7 逆チェビシェフB E フィルタの伝達関数のまとめ	289
7-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフB E フィルタの設計	292
7-9 楕円関数B E フィルタの伝達関数のまとめ	294
7-10 総体的なB E フィルタの設計の手順.....	298
第8章 B E フィルタの合成	300
8-1 B E フィルタの種類と基本回路形式	300
8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定	303
8-2-a バターワースB E フィルタへの適用	303
8-2-b チェビシェフB E フィルタへの適用	310
8-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用	317
8-2-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用	324
第9章 アナログフィルタからデジタルフィルタへの変換 (双1次変換)	332
9-1 デジタルフィルタの伝達関数の形	334
9-2 デジタルフィルタの構成.....	334
9-4 デジタル ローパスフィルタの伝達関数.....	336
9-4-1 バターワース ローパスフィルタ	336
9-4-2 チェビシェフ ローパスフィルタ	338
9-4-3 逆チェビシェフ ローパスフィルタ	340
9-4-4 楕円関数 ローパスフィルタ	342

9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数	345
9-5-1 バターワース ハイパスフィルタ	345
9-5-2 チェビシェフ ハイパスフィルタ	347
9-5-3 逆チェビシェフ ハイパスフィルタ	349
9-5-4 楕円関数 ハイパスフィルタ	351
9-6 デジタル バンドパスフィルタの伝達関数	354
9-6-1 バターワース バンドパスフィルタ	354
9-6-2 チェビシェフ バンドパスフィルタ	357
9-6-3 逆チェビシェフ バンドパスフィルタ	360
9-6-4 楕円関数 バンドパスフィルタ	363
9-7 デジタル バンドエリミネーションフィルタの伝達関数	366
9-7-1 バターワース B Eフィルタ	366
9-7-2 チェビシェフ B Eフィルタ	369
9-7-3 逆チェビシェフ バンドエリミネーションフィルタ	372
9-7-4 楕円関数 バンドエリミネーションフィルタ	375
第10章 ベッセルローパスフィルタの設計	378
第11章 素子値をE24シリーズに合わせる	379
ローパスフィルタの合成	379
1次のローパスフィルタ基本回路	379
バターワース ローパスフィルタの場合	380
チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合	381
楕円関数 ローパスフィルタの場合	381
2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r	383
バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合	383
2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2 _ 2 . c i r	389
バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合	389
逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合	392
楕円関数ローパスフィルタの場合	395
2次のローパスフィルタ基本回路 l p e t 2 _ 2 . c i r	396
逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合	396
楕円関数ローパスフィルタの場合	397
E24近似ルーチンの例	398
MC A C T 2 関数ドキュメント	439
(1) パラメータの入力	439
(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する	442
Windows版 M c a c t 2 処理ルーチンの解説	446

目次

1。ダイアログ	446
2。処理ルーチンの解説	453

アクティブフィルタの設計プログラム（予定）

Active filter design program

1993/10/13 三浦 高志

1993/10/13 Miura Takashi

プログラム操作の流れ（予定）

Program operation flow (tentative)

1 フィルタの種類を選ぶ（それぞれ別のプログラムとなる可能性もある）

1. ローパスフィルタ
2. ハイパスフィルタ
3. バンドパスフィルタ
4. バンドエリミネーションフィルタ

1. Select the type of filter (each could be a different program)

1. low pass filter
2. high pass filter
3. band pass filter
4. band elimination filter

2 フィルタ特性を選ぶ

1. バターワースフィルタ
2. チェビシェフフィルタ
3. 逆チェビシェフフィルタ
4. 楕円関数フィルタ

2 Selecting filter characteristics

1. butterworth filter
2. Chebyshev filter
3. inverse Chebyshev filter
4. elliptic function filter

3 回路形式を選ぶ

1. 回路形式1（ローパス用）
2. 回路形式2（ローパス用）
3. 回路形式3（ハイパス用）
4. 回路形式4（ハイパス用）

5. 回路形式 5（バンドパス用）
6. 回路形式 6（バンドパス用）
7. 回路形式 7（ステートバリアブルフィルタ）
（ローパス及びハイパス用）
8. 回路形式 8（G I C フィルタ）
（ローパス用）
9. ツインT型フィルタ
（ローパス及びハイパス用）

3 Select the circuit format

1. circuit type 1 (for low-pass)
2. circuit type 2 (for low-pass)
3. circuit type 3 (for high pass)
4. circuit type 4 (for high pass)
5. circuit type 5 (for bandpass)
6. circuit type 6 (for bandpass)
- Circuit type 7 (for state variable filter)
（Circuit type 7 (for low-pass and high-pass)
- Circuit type 8 (GIC filter)
（8. Circuit type 8 (GIC filter) (for low-pass)
9. twin T-type filter
（for low-pass and high-pass)

4 設計方法を選ぶ

1. 次数を指定する
2. 減衰特性を指定する

4 Selecting a design method

1. specify the order
2. specify damping characteristics

5 出力ファイル名を入力して計算を実行する

5 Enter the output file name and run the calculation

McAct で使用する基本フィルタ回路

Basic filter circuits used in McAct

フィルタの合成の章を読む時は、基本フィルタ回路のページを印刷して手元に置いておく
と分かりやすいと思います。

When reading the chapter on synthesizing filters, it is helpful to print out the basic filter
circuit page and keep it handy.

1 次のローパスフィルタ基本回路 lp1.cir

1st order low-pass filter basic circuit lp1.cir

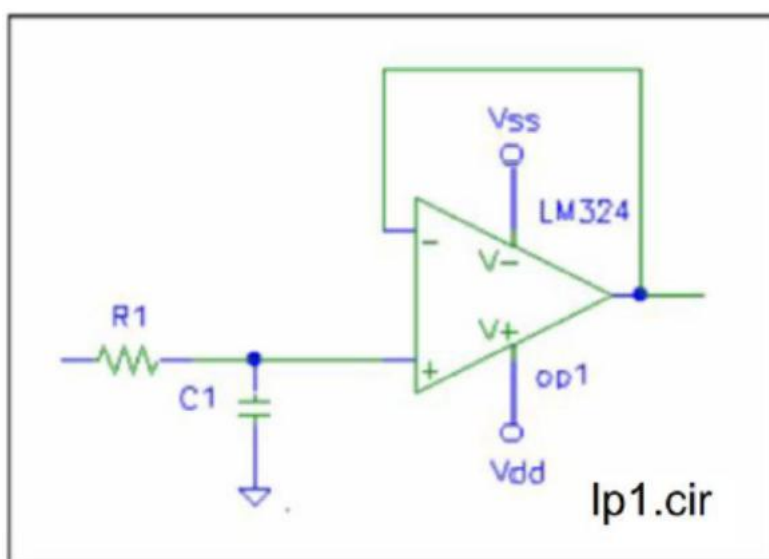


図 2 - 1 1 次ローパスフィルタ基本回路 lp1.cir

Figure 2-1 1st order low-pass filter basic circuit lp1.cir

lp1_cir の伝達関数

transfer function of lp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2 - 1)$$

奇数次数の各種ローパスフィルタに使用される。

Used for various low-pass filters of odd order.

2 次のローパスフィルタ 基本回路

2nd order low-pass filter basic circuit

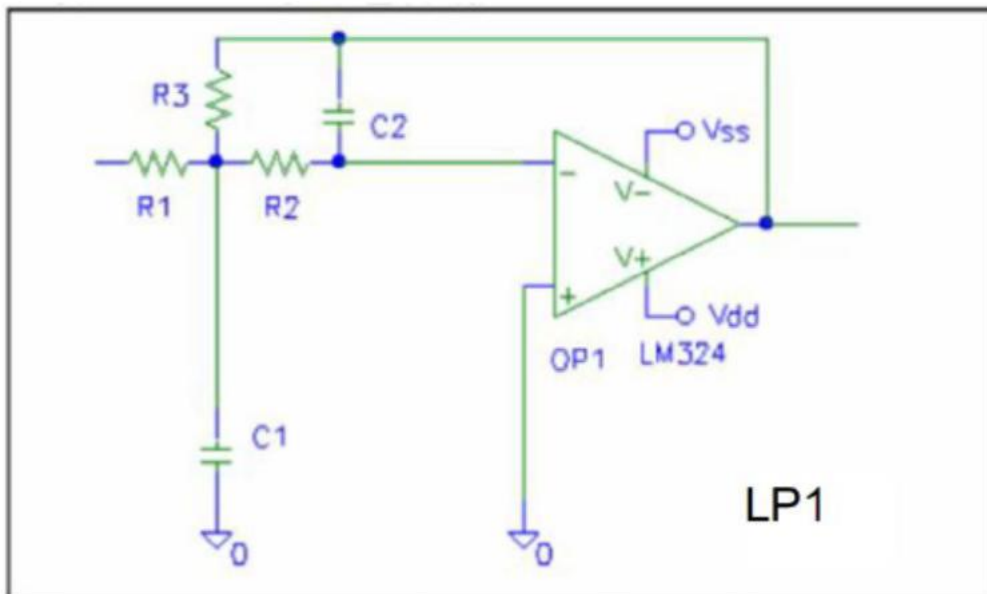


図 2 - 3 2 次のローパスフィルタ基本回路 LP 1 (lpat1_2.cir)

Figure 2-3 2nd order low-pass filter basic circuit LP1 (lpat1_2.cir)

LP 1 の伝達関数

Transfer function of LP1

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

2 次のローパスフィルタ基本回路

2nd order low-pass filter basic circuit

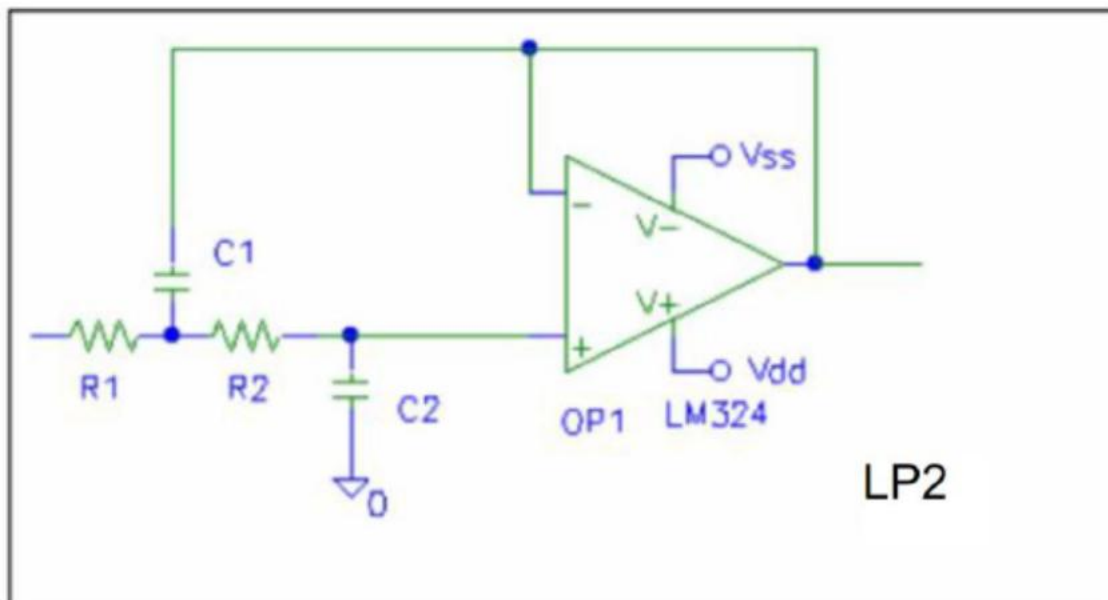


図 2 - 4 2 次のローパスフィルタ基本回路 L P 2 (lpat1_2.cir)

Figure 2-4 2nd order low-pass filter basic circuit LP2 (lpat1_2.cir)

L P 2 の伝達関数

Transfer function of LP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (2-4)$$

1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1.cir

1st-order high-pass filter basic circuit hp1.cir

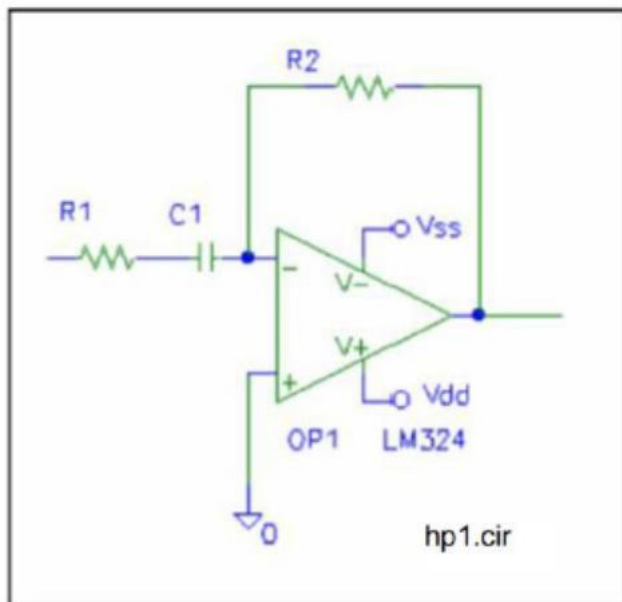


図 4 - 1 1 次のハイパスフィルタ基本回路 hp1.cir

Figure 4-1 1st-order high-pass filter basic circuit hp1.cir

hp1.cirの伝達関数

Transfer function of hp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4 - 1)$$

奇数次数の各種ハイパスフィルタに使用される。

Used for various odd-order high-pass filters.

2 次のハイパスフィルタ 基本回路

2nd order high-pass filter basic circuit

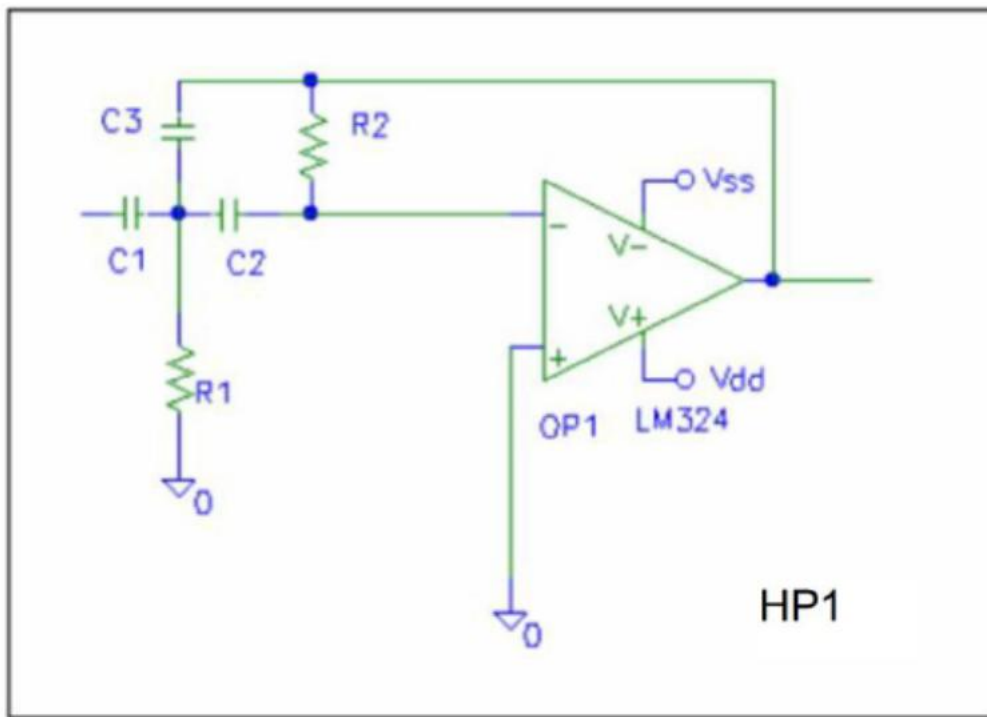


図 4 - 2 2 次のハイパスフィルタ基本回路 H P 1 (hpat1_2.cir)

Figure 4-2 2nd order high-pass filter basic circuit HP1 (hpat1_2.cir)

H P 1 の伝達関数

Transfer function of HP1

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4 - 2)$$

2 次のハイパスフィルタ基本回路

2nd order high-pass filter basic circuit

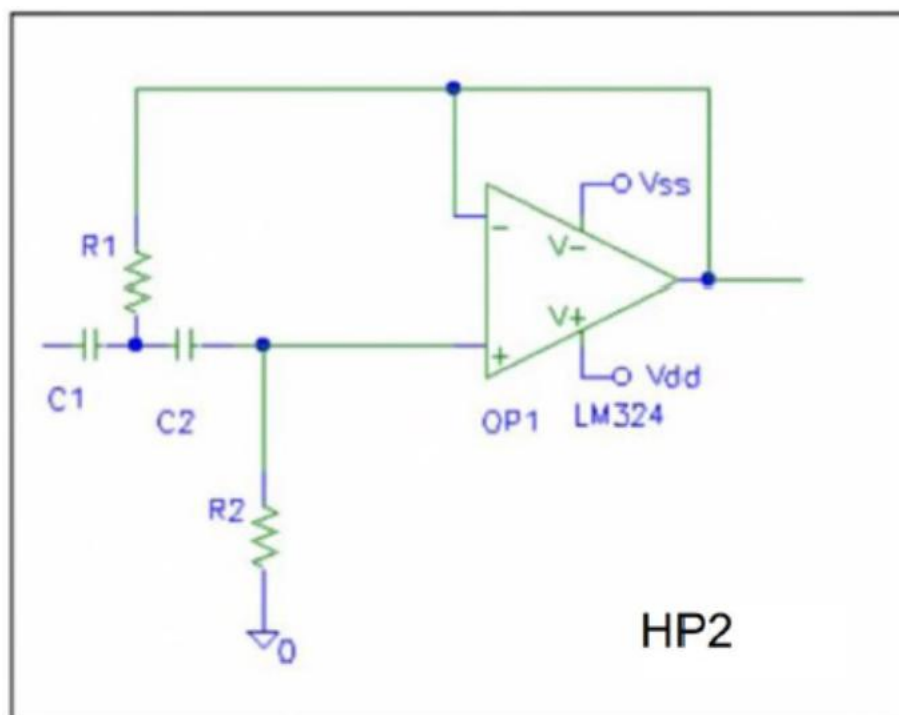


図 4 - 3 2 次のハイパスフィルタ基本回路 H P 2 (hpat2_2.cir)

Figure 4-3 2nd order high-pass filter basic circuit HP2 (hpat2_2.cir)

H P 2 の伝達関数

Transfer function of HP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4 - 3)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

1st order bandpass filter basic circuit

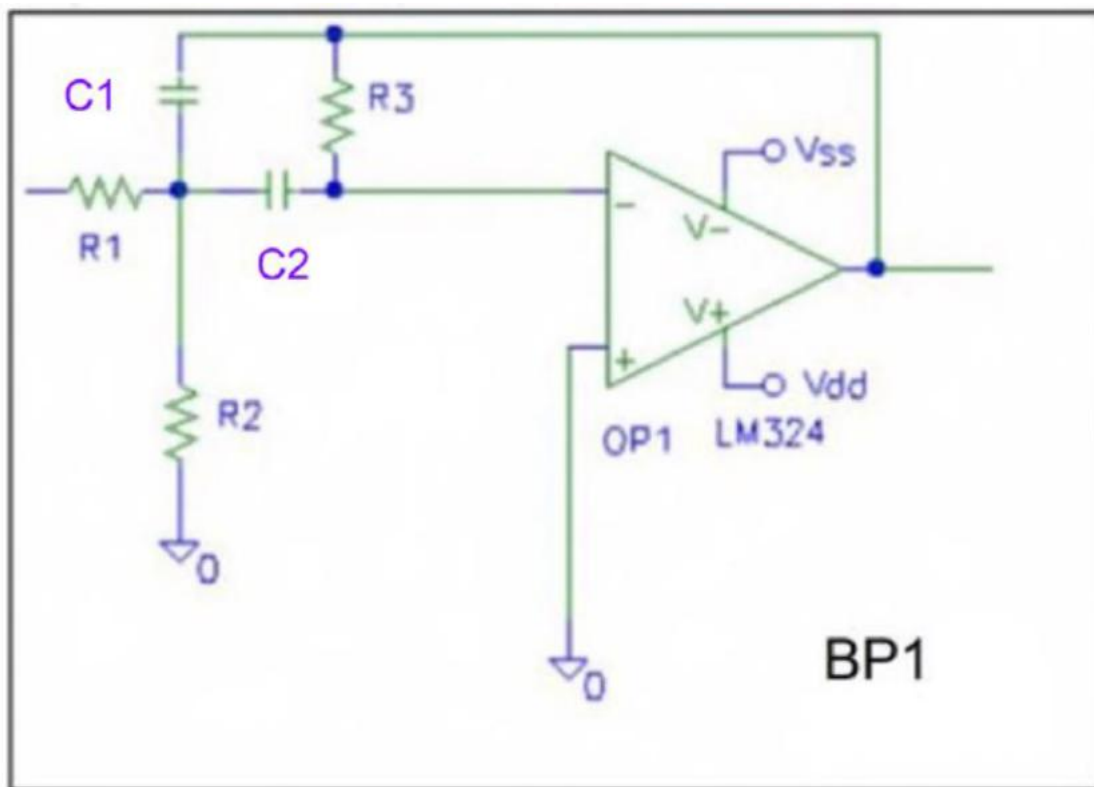


図 6 - 1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 1 (bpat1.cir)

Figure 6-1 1st order bandpass filter basic circuit BP1 (bpat1.cir)

B P 1 の伝達関数

Transfer function of BP1

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3}s}{s^2 + \frac{2}{CR_3}s + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2R_3C^2}} \quad (6-1)$$

1 次のバンドパスフィルタ基本回路

1st order bandpass filter basic circuit

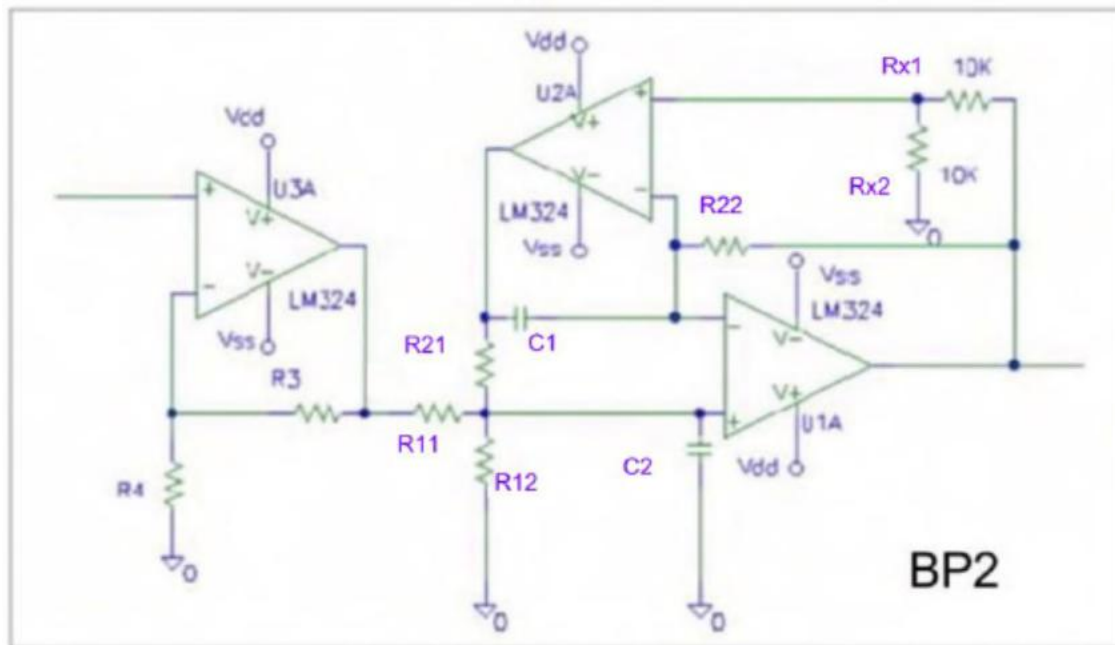


図 6 - 2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 B P 2 (bpat2.cir)

Figure 6-2 1st order bandpass filter basic circuit BP2 (bpat2.cir)

B P 2 の伝達関数

Transfer function of BP2

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6 - 2)$$

BE フィルタ及び各種フィルタ用の基本回路

Basic circuits for BE filters and various filters

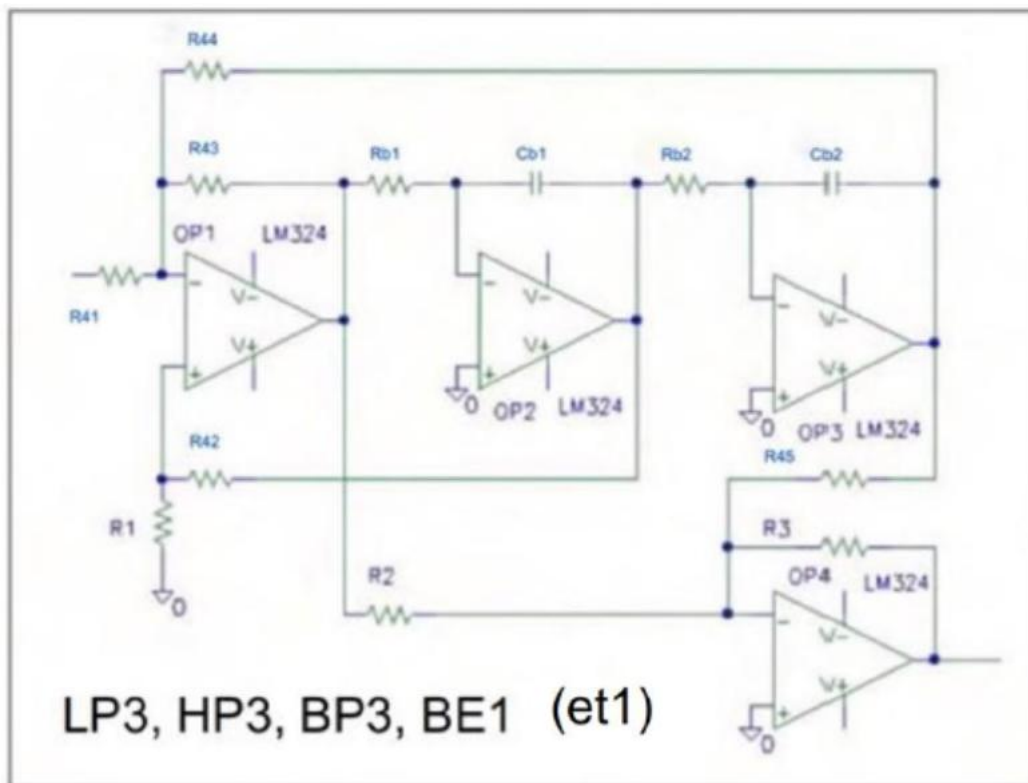


図 2－5 2次のローパスフィルタその他で利用される基本回路 (lpet1_2.cir)

Figure 2-5 Basic circuit used in 2nd order low-pass filters and others (lpet1_2.cir)

この回路はLP3、HP3、BP3、BE1、ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも使用される。

This circuit is also used in LP3, HP3, BP3, BE1, highpass, bandpass and BE filters.

et1(LP3、HP3、BP3、BE1)の伝達関数

Transfer functions of et1(LP3, HP3, BP3 and BE1)

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$

BEフィルタ及び各種フィルタ用の基本回路

Basic circuits for BE filters and various filters

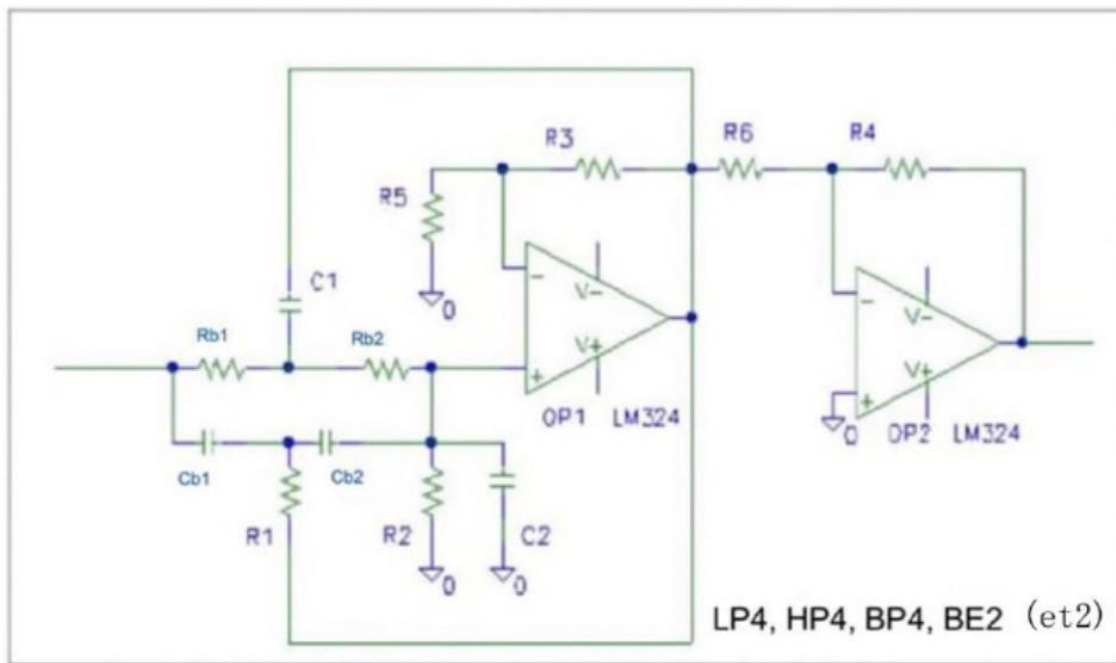


図 2－6 2次のローパスフィルタその他で利用される基本回路 (lpet2_2.cir)

Figure 2-6 Basic circuit used in 2nd order low-pass filters and others (lpet2_2.cir)

この回路はLP4, HP4, BP4, BE2、ハイパス、バンドパス、BEフィルタでも使用される。

This circuit is also used in LP4, HP4, BP4, BE2, highpass, bandpass and BE filters.

et2(LP4, HP4, BP4, BE2)の伝達関数

Transfer functions of et2(LP4, HP4, BP4 and BE2)

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (2-6)$$

$$R1 = \frac{Rb}{2}, C1 = 2 \cdot Cb, R2 = \frac{2 \cdot Rb}{kr}, C2 = \frac{kd \cdot Cb}{2}, R3 = (kk - 1) \cdot R5$$

参考文献

References

1. アナログフィルタの設計 著者 M. E. VAN VALKENBURG
監訳者 柳沢 健、訳者 金井 元
発行所 秋葉出版株式会社、1985年3月25日 初版発行
〒101 東京都千代田区神田和泉町1-2-5 電話(03)866-5491

1. Design of Analog Filters Author M. E. VAN VALKENBURG
Supervisor Ken Yanagisawa, Translator Hajime Kanai
Publisher Akiba Publishing Co., Ltd. first published March 25, 1985
1-2-5 Kanda Izumi-cho, Chiyoda-ku, Tokyo 101, Japan Telephone (03)866-5491

2. 電子フィルタ 回路設計ハンドブック 著者 A. B. WILLIAMS
監訳者 加藤 康雄、訳者 荒木 亮一
発行所 マグロウヒル ブック株式会社、昭和60年11月25日第1刷発行
〒104 東京都中央区銀座4-1-4-11 (七十七ビル) 電話(03)542-8821

2. Handbook of Electronic Filter Circuit Design Author A. B. WILLIAMS
Supervisor Yasuo Kato, Translator Ryoichi Araki
Publisher McGraw-Hill Book Co. 1st printing, November 25, 1985
4-14-11 Ginza, Chuo-ku, Tokyo 104, Japan Telephone (03)542-8821

3. 実用アナログフィルタ設計法 著者 今田 悟／深谷 武彦
発行所 CQ出版株式会社、1989年1月30日 初版発行
〒170 東京都豊島区巣鴨1-1-4-2 電話(03)5395-2121

3. Practical Analog Filter Design Method Author Satoru Imada / Takehiko Fukaya
Publisher CQ Publishing Co., Ltd. first published January 30, 1989
1-14-2 Sugamo, Toshima-ku, Tokyo 170, Japan Telephone (03)5395-2121

References

4. アクティブフィルタの設計 著者 柳沢 健／金光 磐
発行所 株式会社 産報、1973年12月5日 初版印刷
〒105 東京都港区浜松町1-10-17 電話(03)436-4151
4. Design of Active Filters Author Ken Yanagisawa / Iwao Kanemitsu
Publisher Sanpo Corporation, December 5, 1973 First printing
1-10-17 Hamamatsucho, Minato-ku, Tokyo 105, Japan Telephone (03)436-4151
5. MANUAL OF ACTIVE FILTER DESIGN
著者 John L. Hilburn & David E. Johnson
発行所 McGraw-Hill Book Company
1221 Avenue of the Americas New York,
New York 10020
5. MANUAL OF ACTIVE FILTER DESIGN
Author John L. Hilburn & David E. Johnson
Publisher McGraw-Hill Book Company
1221 Avenue of the Americas New York, New York 10020
New York, New York 10020
6. トランジスタ技術 1988年2月号
(保存版 アナログフィルタのすべて)
著者 深谷 武彦／今田 悟／林 宏／岩室 光／池田 哲夫
発行所 CQ出版社
6. Transistor Technology, February 1988
(Preservation Edition: All About Analog Filters)
Author Takehiko Fukaya / Satoru Imada / Hiroshi Hayashi / Hikaru Iwamuro /
Tetsuo Ikeda
Published by CQ Publications, Inc.

References

7. Approximation Methods for Electronic Filter Design

著者 R. W. Daniels

発行所 McGraw Hill、1974

7. Approximation Methods for Electronic Filter Design

Author R.W. Daniels

Published by McGraw Hill, 1974

8. デジタル信号処理のポイント 著者 石田 義久／鎌田 弘之

発行所 産業図書株式会社、1989年7月31日初版第1刷

〒102 東京都千代田区飯田橋2-11-3 電話(03)3261-7821

8. Key Points of Digital Signal Processing Author: Yoshihisa Ishida / Hiroyuki Kamada

Publisher Sangyo Shobo K.K., First edition, 1st printing, July 31, 1989

2-11-3 Iidabashi, Chiyoda-ku, Tokyo 102, Japan Telephone (03)3261-7821

9. Handbook of Filter SYNTHESIS 著者 Anatol I. Zverev

発行所 JOHN WILEY & SONS、1967

9. Handbook of Filter SYNTHESIS Author Anatol I. Zverev

Publisher JOHN WILEY & SONS, 1967

アナログフィルタの設計と合成

第 1 章 ローパスフィルタの設計

Chapter 1: Low-pass Filter Design

1-1 ローパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースローパスフィルタ
- b. チェビシェフローパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフローパスフィルタ
- d. 楕円関数ローパスフィルタ

1-1 Types of low-pass filters and their frequency response graphs

- a. Butterworth low-pass filter
- b. Chebyshe flow pass filter
- c. Inverse Chebyshe flow pass filter
- d. Elliptic function low pass filter

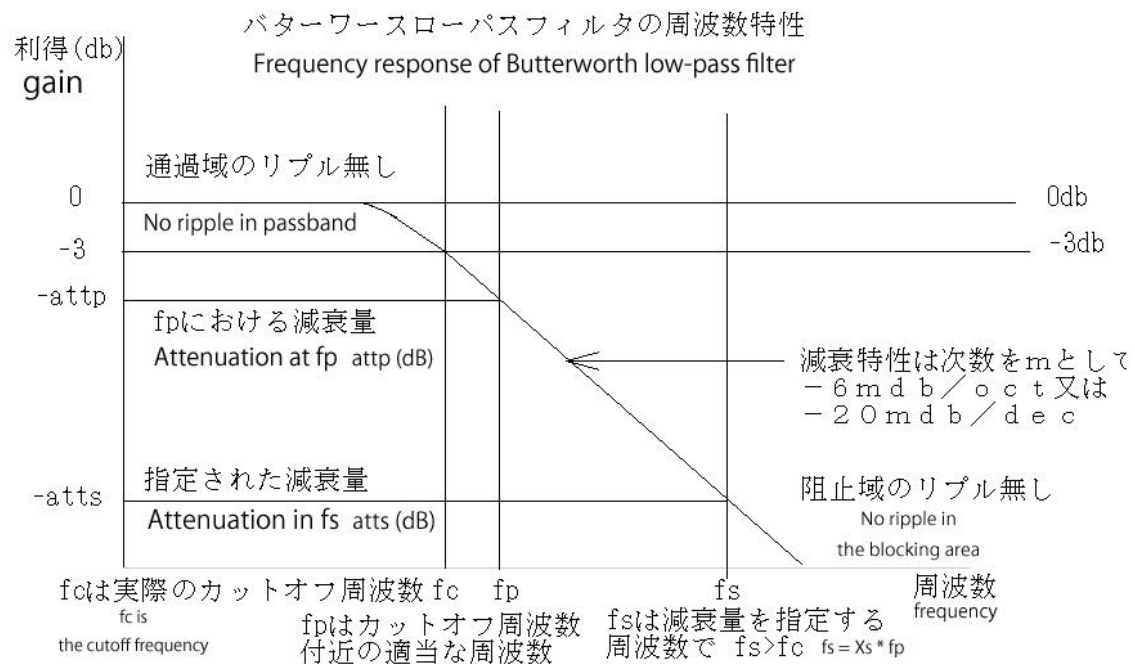


図 1-1 バターワースローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-1 Frequency response of Butterworth low-pass filter

1-1 ローパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

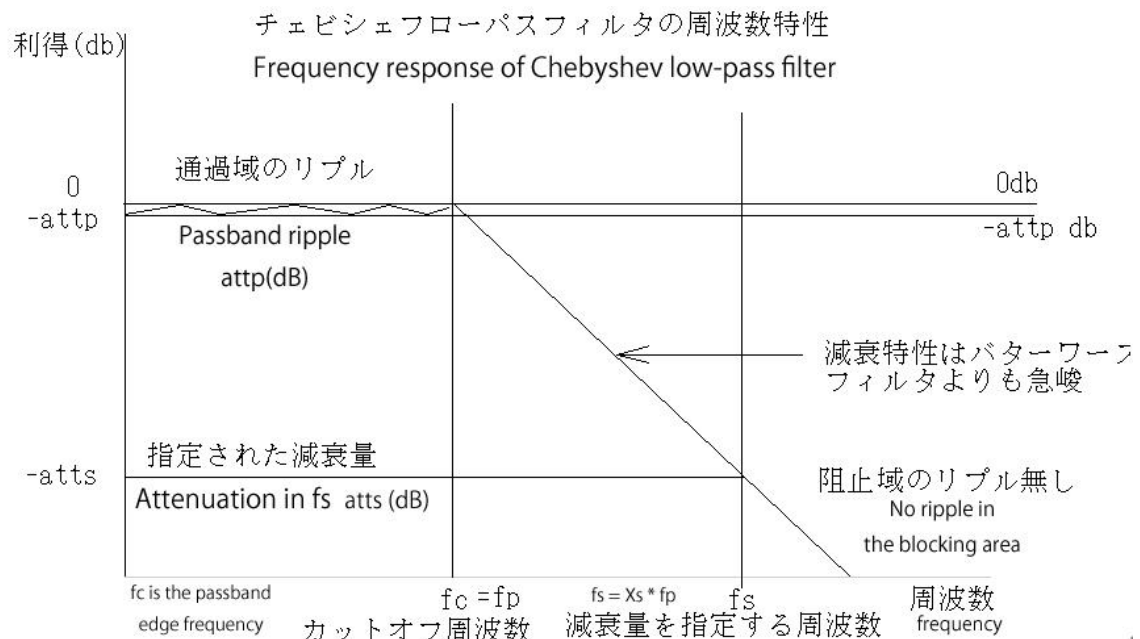


図 1 - 2 チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-2 Frequency response of Chebyshev low pass filter

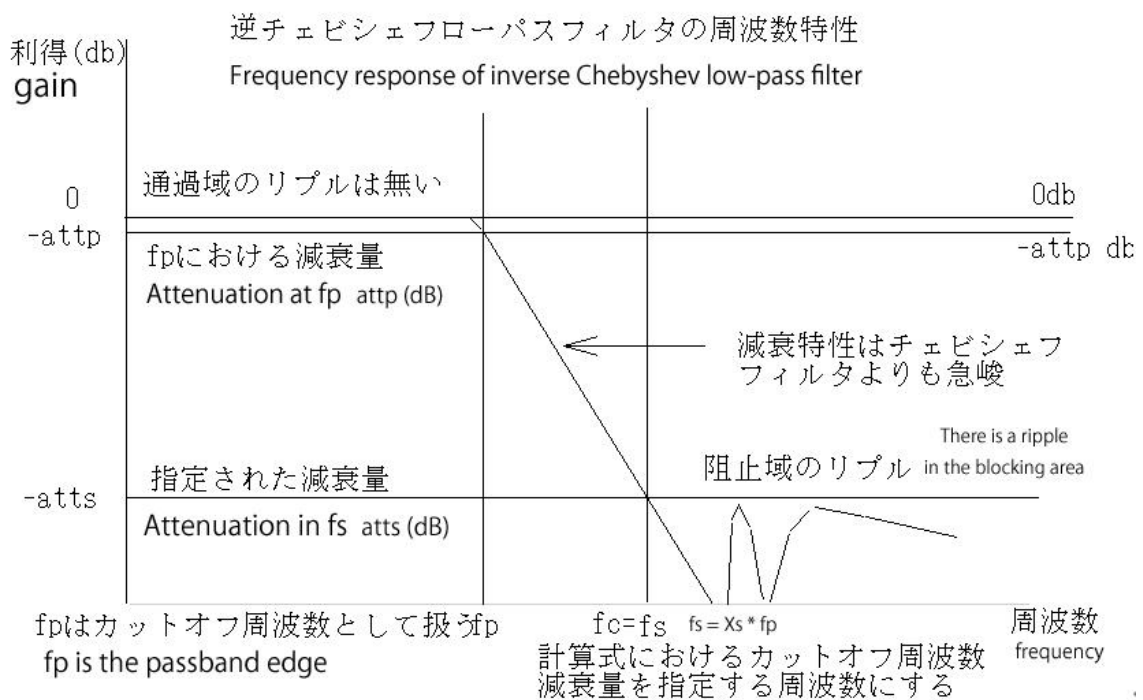


図 1 - 3 逆チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-3 Frequency response of inverse Chebyshev low pass filter

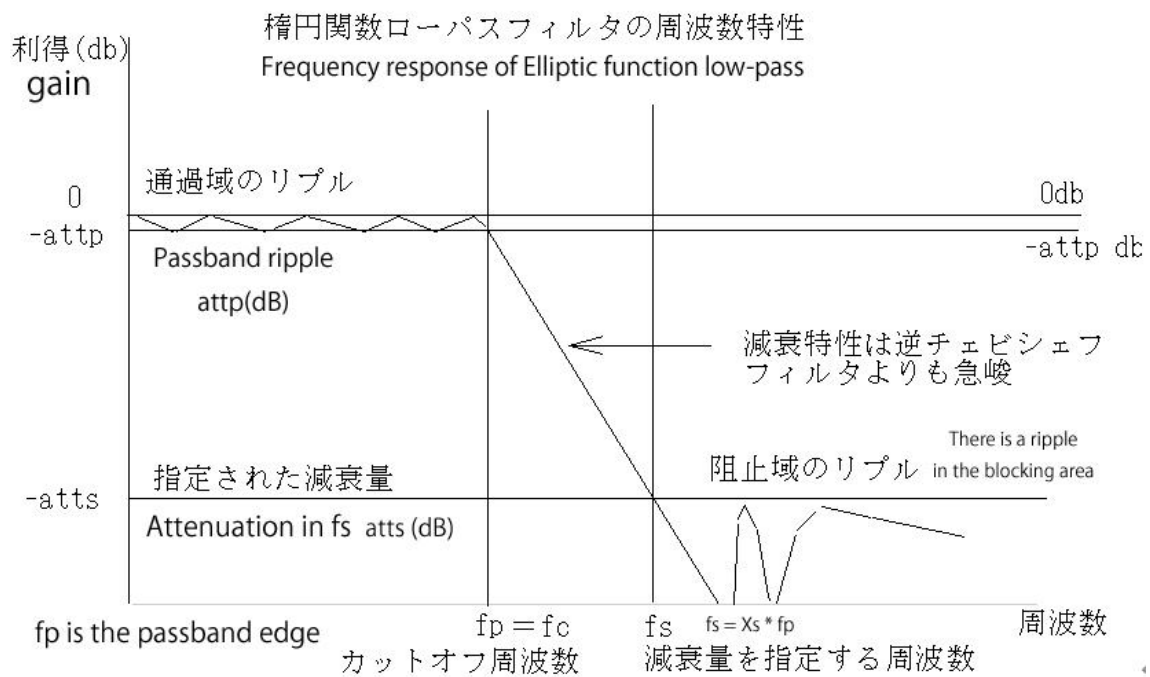


図 1 - 4 楕円関数ローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-4 Frequency response of elliptic function low-pass filter

1-2 極のみを持つ伝達関数の例

1-2 Example Transfer Function with Only Poles

1 次関数 1st order $H_1(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$ (1-1)

2 次関数 2nd order $H_{2k}(\omega_{ck}, s) = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$ (1-2)

m 次関数 mth order $H_m(\omega_c, s) = \left\{ H_1(\omega_{c0}, s) \right\} \prod_{k=1}^{m/2} H_{2k}(\omega_{ck}, s)$ (1-3)

1-3 バターワースフィルタの設計

1-3 Butterworth filter design

m 次のバターワースローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています

The amplitude square characteristic of an mth-order Butterworth low-pass filter is defined by the following equation

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2m}} \quad (1-4)$$

ここで、 $s = j\omega$ として上式に代入し、分母 = 0 とすると極が求まります。

Substituting into the above equation as $s = j\omega$ and setting denominator = 0, the poles are obtained.

$$\begin{aligned} s &= j\omega_c \sqrt[2m]{-1} \\ \sqrt[2m]{-1} &= \exp(j \frac{\pi(2k+1)}{2m}) \dots (k = 0, 1, \dots, 2m-1) \\ j &= \exp(j \frac{\pi}{2}) = \exp(j \frac{m\pi}{2m}) \\ s &= \omega_c \exp\left(j \frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \\ s &= \omega_c \left\{ \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) + j \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \right\} \end{aligned} \quad (1-5)$$

これらの極は半径 ω_c の円上に並びますが、実際にフィルタを構成する場合には、s 平面の左半面にある極のみを用います。

These poles are arranged on a circle of radius ω_c , but only the poles on the left half of the s-plane are used when actually constructing the filter.

従って、 $\theta = \frac{\pi(2k+1+m)}{2m} = \pi$ となる k 以外では共役複素根を持つことになります。

Therefore, it will have conjugate complex roots except for k, which will be

$$\theta = \frac{\pi(2k+1+m)}{2m} = \pi.$$

極の共役複素根を、 $s = p_k \pm jq_k$ とすると、

Let $s = p_k \pm jq_k$ be the conjugate complex root of the pole.

次式が得られる。

The following equation is obtained.

$$\{s - (p_k + jq_k)\} \{s - (p_k - jq_k)\} = s^2 - 2p_k s + (p_k^2 + q_k^2) = s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2$$

これから

after this

$$\begin{aligned} \omega_{ck} &= \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \\ Q_k &= -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{\omega_{ck}}{2p_k} \end{aligned} \quad (1-6)$$

1-4 バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ

1-4 Summary of Butterworth low-pass filter transfer functions

バターワースローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とすると、

When the order of the Butterworth low-pass filter is m and the cut-off frequency f_c .

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワースローパスフィルタの伝達関数は
As $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Butterworth low-pass filter is....

m が奇数であれば、 If m is odd,

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

m が偶数であれば、 If m is an even number,

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において In equations (1-7) and (1-8)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

以上で、バターワースローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

The transfer function of the Butterworth low-pass filter is now completely obtained.

1-5 与えられた仕様を満たすバターワースローパスフィルタの設計

1-5 Design of a Butterworth low-pass filter to meet given specifications.

1-4までで、次数 m とカットオフ周波数 ω_c によってバターワースローパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 1-4, the order m and the cut-off frequency enable the design of a Butterworth low-pass filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the frequencies and respective attenuations at the two given points.

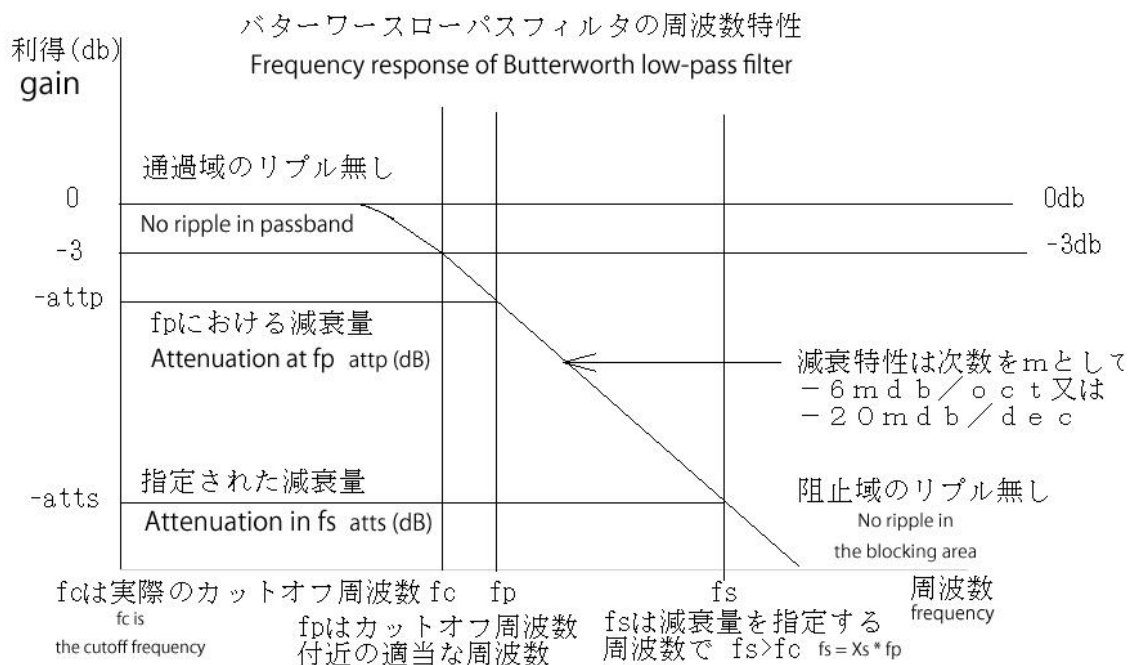


図 1-1 バターワースローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-1 Frequency response of Butterworth low-pass filter

図 1-1 における、 f_p 、 f_s 、 att_p 、 att_s を与えられて、実際のカットオフ周波数 f_c 及びフィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

Given f_p , f_s , att_p and att_s in Fig. 1-1, the actual cut-off frequency f_c and filter order m are determined and finally the transfer function.

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{att_s/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}\right)}{2.0 \log(f_s/f_p)} \quad (1-10)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

求めるバターワースローパスフィルタのカットオフ周波数を計算します。

Calculate the cut-off frequency of the Butterworth low-pass filter you want.

$$f_c = f_p / \sqrt[2m]{10^{att_p/10} - 1} \quad (1-11)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

次に、 M と ω_c を (1-7) から (1-9) に適用すると最終的な設計が完了します。

The final design is then completed when m and ω_c is applied to (1-7) to (1-9).

次数の決定方法

Method of determining the order

カットオフ周波数またはその近辺の周波数 f_p (Hz) と減衰量 a_p (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 a_s (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が a_s (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

Given the frequency f_p (Hz) and the attenuation a_p (dB) at or near the cut-off frequency and the frequency f_s (Hz) and the attenuation a_s (dB), find the order m of the filter at which the attenuation at the frequency f_s (Hz) is greater than a_s (dB).

注意： Note:

ゲイン a_s は 0dB 以下の負の数値だが、 a_s を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

The gain a_s is a negative number of 0dB or less, but when a_s is called attenuation, it is considered a positive number.

前のページの式 (1-10) では、 $attp$ と $atts$ は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

In formula (1-10) on the previous page, $attp$ and $atts$ are considered to be attenuation amounts, and the minus sign "-" is not attached.

バターワース・ローパスフィルタのカットオフ周波数が f_c の場合、周波数が f_p における減衰量 a_p (dB) は次式で示される。

When the cutoff frequency of the Butterworth low-pass filter is f_c , attenuation a_p (dB) at frequency f_p is given by the following equation.

式 (1-4) より、 From formula (1-4),

$$a_p = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^{2m}}} \right\} = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^{2m} \right\} \quad (1)$$

(負号を除去する) remove negative sign

従って、 Therefore,

$$10^{\frac{a_p}{10}} = 1 + \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^{2m} \therefore \frac{f_p}{f_c} = \sqrt[2m]{10^{\frac{a_p}{10}} - 1} \quad (2)$$

同様に、 Similarly,

$$as = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{fs}{fc} \right)^{2m} \right\} \quad (3)$$

(負号を除去する) remove negative sign

$$10^{\frac{as}{10}} = 1 + \left(\frac{fs}{fc} \right)^{2m} \therefore \left(\frac{fs}{fc} \right)^{2m} = 10^{\frac{as}{10}} - 1 \quad (4)$$

(4) 式の両辺を常用対数にすると、

If both sides of equation (4) are in ordinary logarithms,

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fc} \right) = \log_{10} \left(10^{\frac{as}{10}} - 1 \right) \quad (5)$$

(2) 式より、 From equation (2)

$$fc = \frac{fp}{\sqrt[2m]{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入すると、 Substitute equation (6) into equation (5).

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fc} \right) = 2m \cdot \{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fc) \} = \log_{10} \left(10^{\frac{as}{10}} - 1 \right)$$

$$2m \cdot \{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fc) \} = 2m \cdot \left\{ \log_{10}(fs) - \log_{10} \left(\frac{fp}{\sqrt[2m]{\frac{ap}{10^{\frac{as}{10}} - 1}}} \right) \right\}$$

$$= 2m \cdot \left\{ \log_{10}(fs) - \log_{10}(fp) + \frac{1}{2m} \cdot \log_{10} \left(10^{\frac{ap}{10}} - 1 \right) \right\}$$

$$= 2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fp} \right) + \log_{10} \left(10^{\frac{ap}{10}} - 1 \right) = \log_{10} \left(10^{\frac{as}{10}} - 1 \right)$$

従って、 Therefore

$$2m \cdot \log_{10} \left(\frac{fs}{fp} \right) = \log_{10} \left(\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \right)$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log_{10} \left(\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \right)}{\log_{10} \left(\frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-10) が得られた。

Equation (1-10) on the previous page was obtained.

フィルターの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、
ローパスフィルタの次数を決定する。

Round up the decimal part of m as the filter order is an integer.

Determine the order of the low-pass filter.

m を切り上げることで、周波数 fs (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となる。

By rounding up m , the attenuation at frequency fs (Hz) is greater than as (dB).

次数ごとの利得関数の確認

伝達関数 $H_m(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2}$ の利得関数が、 $|H_m(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}}$

となるかどうかを確認する。

Check whether the gain function of the transfer function

$$H_m(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2} \text{ is } |H_m(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \text{ZH.}$$

m次の伝達関数は、(1-3) より、

The mth-order transfer function is from (1-3),

$$H_m(\omega_c, s) = \{H_1(\omega_c, s)\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} H_{2k}(\omega_c, s) = \left\{ \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2}$$

よって、利得関数は次式となります。

Therefore, the following equation is the gain function.

$$\begin{aligned} |H_m(\omega_c, s)|^2 &= \left\{ \left| \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \right|^2 \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \left| \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q_k} s + \omega_c^2} \right|^2 = \left\{ \left| \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_c} + 1} \right|^2 \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + j \frac{1}{Q_k} \frac{\omega}{\omega_c}} \right|^2 \\ &= \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right\}} = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \end{aligned}$$

従って、 Therefore,

$$|H_m(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \prod_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

利得関数 $m=1, 2$

$m=1$ では、

$$|H_1(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}}$$

$m=2$ では、

$$|H_2(\omega_c, s)|^2 = \prod_{k=0}^0 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.707107)^2 = 2$$

よって、

$$|H_2(\omega_c, s)|^2 = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{ 2 - 2 \} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}}$$

利得関数 $m=3, 4$

$m=3$ では、

$$|H_3(\omega_c, s)|^2 = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \cdot \prod_{k=0}^0 \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{6}\right) \right\}^2 = (-2 \cdot 0.5)^2 = 1$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_3(\omega_c, s)|^2 &= \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \right\} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} + \{ 1 - 2 \} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right\} - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \end{aligned}$$

m=4 では、

$$|H_4(\omega_c, s)|^2 = \prod_{k=0}^1 \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{5 \cdot \pi}{8}\right)\right\}^2 = (-2 \cdot 0.382683)^2 = 0.585786$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{7 \cdot \pi}{8}\right)\right\}^2 = (-2 \cdot 0.92388)^2 = 3.41421$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_4(\omega_c, s)|^2 &= \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.585786 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{3.41421 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \cdot \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m}} \end{aligned}$$

利得関数 m=5

m=5 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_5(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^1 \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{6\pi}{10}\right)\right\}^2 = 0.381966$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{10}\right)\right\}^2 = 2.61803$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_5(\omega_c, s)|^{-2} &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.381966 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \right. \\ &\quad \left. \{2.61803 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.61803 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 0.618034 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 + (0.618034 - 1.61803) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.61803 \cdot \right. \\ &\quad \left. 0.618034 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\}^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \cdot \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 \right] \\ &= \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10} + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 m=6

m=6 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

$$|H_6(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^2 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{7 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 0.267949$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{9 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 2$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{11 \cdot \pi}{12} \right) \right\}^2 = 3.73205$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_6(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{0.267949 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{2 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \{3.73205 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.73205 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.73205 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\}^2 + (1.73205 - 1.73205) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 3 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\}^2 - 3 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 3 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] = \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 $m=7$

$m=7$ では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

To display the gain function concisely, we display the inverse of the gain function.

$$|H_7(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^2 \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{8 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 0.198062$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 1.55496$$

$$\left(\frac{1}{Q_2}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{12 \cdot \pi}{14}\right)\right\}^2 = 3.24698$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_7(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{0.198062 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \right. \\ &\quad \left. \{1.55496 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \{3.24698 - 2\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 0.44504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 1.24698 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 - 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right] \left[1 + 1.44504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 0.801938 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 0.801938 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{14} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 m=8

m=8 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

To display the gain function concisely, we display the inverse of the gain function.

$$|H_8(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^3 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{9 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 0.152241$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{11 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 1.23463$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{13 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 2.76537$$

$$\left(\frac{1}{Q_3} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{15 \cdot \pi}{16} \right) \right\}^2 = 3.84776$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_8(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.84776 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 0.765367 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 0.765367 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.84776 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[1 + 3.41421 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \cdot \left[1 + 3.41421 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 2.613127 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{16} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 m=9

m=9 では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

To display the gain function concisely, we display the inverse of the gain function.

$$|H_9(\omega_c, s)|^{-2} = \left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\} \cdot \prod_{k=0}^3 \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + \left\{\left(\frac{1}{Q_k}\right)^2 - 2\right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{10 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = .1206147585$$

$$\left(\frac{1}{Q_1}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{12 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 1$$

$$\left(\frac{1}{Q_2}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{14 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 2.347296358$$

$$\left(\frac{1}{Q_3}\right)^2 = \left\{2 \cdot \cos\left(\frac{16 \cdot \pi}{18}\right)\right\}^2 = 3.532088888$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_9(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1.879385242 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} - 1 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \\ &\quad \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 0.347296358 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \cdot \left[\left\{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4\right\} + 1.532088888 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \right] \\ &= \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 1.879385240 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - 1.879385240 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{10}\right] \left[1 + \right. \\ &\quad \left. 2.532088891 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 1.879385246 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^8 + 1.879385246 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{18} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

利得関数 $m=10$

$m=10$ では、

利得関数を簡潔に表示するために、利得関数の逆数を表示する。

To display the gain function concisely, we display the inverse of the gain function.

$$|H_{10}(\omega_c, s)|^{-2} = \prod_{k=0}^4 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{Q_k} \right)^2 - 2 \right\} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{1}{Q_0} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{11 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 0.9788696811$$

$$\left(\frac{1}{Q_1} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{13 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 0.8244294960$$

$$\left(\frac{1}{Q_2} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{15 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 2$$

$$\left(\frac{1}{Q_3} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{17 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 3.175570507$$

$$\left(\frac{1}{Q_4} \right)^2 = \left\{ 2 \cdot \cos \left(\frac{19 \cdot \pi}{20} \right) \right\}^2 = 3.902113032$$

よって、

$$\begin{aligned} |H_{10}(\omega_c, s)|^{-2} &= \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.902113032 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} - 1.175570504 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \\ &\quad \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.175570507 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \cdot \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 \right\} + 1.902113032 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= \left[1 + 5.236067961 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 - 3.077683531 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + 5.236067961 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 - 6.155367051 \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{12} - 3.077683531 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 \right] \cdot \left[1 + 4.236067981 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4 + 3.077683539 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^8 + 3.077683539 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^6 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{20} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2 \cdot m} \end{aligned}$$

1-6 チェビシェフローパスフィルタの設計

1-6 Design of Chebyshev low-pass filter

m次のチェビシェフローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

The amplitude squared characteristic of an m-th order Chebyshev low-pass filter is defined by the following equation.

$$\left|H_m(\omega_c, j\omega)\right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_m^2(\omega/\omega_c)} \quad (1-12)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cos^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cosh^{-1}(x)\} \dots\dots\dots |x| > 1 \quad (1-14)$$

$\omega = 0$ と $\omega = \omega_c$ における $\left|H_m(\omega_c, j\omega)\right|^2$ の代表値はそれぞれ次のようになります。

Typical values of $\left|H_m(\omega_c, j\omega)\right|^2$ for $\omega = 0$ and $\omega = \omega_c$ are respectively:

$$\left|H_m(\omega_c, 0)\right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cos^2\left(\frac{m\pi}{2}\right)} \quad (1-15)$$

$$\left|H_m(\omega_c, j\omega_c)\right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \quad (1-16)$$

(1-15) は、mが偶数か奇数かによって次のように整理されます。

Equation (1-15) is rearranged as follows depending on whether m is even or odd.

$$\left|H_m(\omega_c, 0)\right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \dots\dots\dots m = \text{even} \quad (1-17)$$

$$\left|H_m(\omega_c, 0)\right|^2 = 1 \dots\dots\dots m = \text{odd} \quad (1-18)$$

ε は通過域のリップルを定めるものであり、

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ 、リップルを attp(dB) とすると

ε determines the ripple in the passband, and if the cutoff frequency is $f_c = f_p$

and the ripple is attp (dB),

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1} \quad (1-19)$$

(1-12) に $s = j\omega$ を適用して、分母多項式 = 0 とすると極を求めることができます。
Applying $s = j\omega$ to the formula (1-12) and setting the denominator polynomial to 0, we can find the pole.

$$C_m \left(\frac{s}{j\omega} \right) = \pm j \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-20)$$

ここで、 $\left| \frac{s}{j\omega_c} \right| \leq 1$ とすると (1-13) より、

Here, assuming $\left| \frac{s}{j\omega_c} \right| \leq 1$, from the formula (1-13),

$$\cos \left\{ m \cos^{-1} \left(\frac{s}{j\omega_c} \right) \right\} = \pm j \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-21)$$

さらに、さらに、

$$\cos^{-1} \left(\frac{s}{j\omega_c} \right) = a + jb \quad (1-22)$$

とすると、 and,

$$\begin{aligned} \cos \left\{ m \cos^{-1} \left(\frac{s}{j\omega_c} \right) \right\} &= \cos(ma + jmb) \\ &= \cos(ma) \cosh(mb) - j \sin(ma) \sinh(mb) \end{aligned} \quad (1-23)$$

(1-21) と (1-23) の実部、虚部をそれぞれ等しいとして

Assuming that the real and imaginary parts of equations (1-21) and (1-23) are equal,

$$\cos(ma) \cosh(mb) = 0 \quad (1-24)$$

$$\sin(ma) \sinh(mb) = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-25)$$

定義より、 $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 。従って、 $\cosh(mb) \geq 1$ ですから、

By definition, $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. Therefore, it is $\cosh(mb) \geq 1$,

(1-24) は $\cos(ma) = 0$ となります。

Expression (1-24) becomes $\cos(ma) = 0$.

従って、Therefore,

$$ma = \frac{\pi(2k+1)}{2} \quad (1-26)$$

$$\therefore a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

(1-26) を (1-25) に代入すると、 $\sin(ma) = \pm 1$ より

Substituting equation (1-26) into (1-25), from $\sin(ma) = \pm 1$ we get

$$\sinh(mb) = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (1-27)$$

$$\therefore b = \pm \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \pm d$$

(1-26) と (1-27) を式 (1-22) に代入すると

Substituting equations (1-26) and (1-27) into equation (1-22) yields

$$\cos^{-1}(s/j\omega_c) = a_k \pm jd \quad (1-28)$$

$$s/j\omega_c = \cos(a_k \pm jd) = \cos(a_k) \cosh(d) \pm j \sin(a_k) \sinh(d)$$

$$\therefore s = \omega_c \{ \pm \sin(a_k) \sinh(d) + j \cos(a_k) \cosh(d) \}$$

$s = -p_k \pm jq_k$ とすると、

Let $s = -p_k \pm jq_k$ be

$$p_k = \omega_c \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (1-29)$$

$$q_k = \omega_c \cos(a_k) \cosh(d)$$

式 (1-29) を (1-2) に適用すると

Applying formula (1-29) to (1-2) gives

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \quad (1-30)$$

$$Q_k = \frac{\omega_{ck}}{2p_k}$$

m が奇数なら、 $k = \frac{m-1}{2}$ の時 $a_k = \frac{\pi}{2}$ となり $p_k = \omega_c \sinh(d)$, $q_k = 0$ となります。

If m is an odd number, it will be $a_k = \frac{\pi}{2}$ when it is $k = \frac{m-1}{2}$

and it will be $p_k = \omega_c \sinh(d)$, $q_k = 0$.

1-7 チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

1-7 Summary of transfer functions of Chebyshev low-pass filters

チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ と
するとき、

When the order of the Chebyshev low-pass filter is m , the cutoff frequency is f_c , and
the ripple $\text{attp}(\text{db})$ of the passband is

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として

チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

As $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Chebyshev low-pass
filter is

m が奇数であれば、 If m is an odd number,

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

m が偶数であれば、 If m is even,

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

式 (1-31), (1-32) において

In formulas (1-31) and (1-32)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

以上で、チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

The transfer function of the Chebyshev low-pass filter is now completely determined.

1-8 与えられた仕様を満たすチェビシェフローパスフィルタの設計

1-8 Designing a Chebyshev low-pass filter that satisfies given specifications

1-7までで、フィルタの次数 m とカットオフ周波数 ω_c 及び通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ によってチェビシェフローパスフィルタの設計が可能になりました。

Up to 1-7, the design of a Chebyshev low-pass filter is possible with the filter order m , the cutoff frequency ω_c and the passband ripple $\text{attp}(\text{db})$.

次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

The following shows how to design a filter by finding the minimum required order of the filter from the two given frequencies, attenuation and ripple.

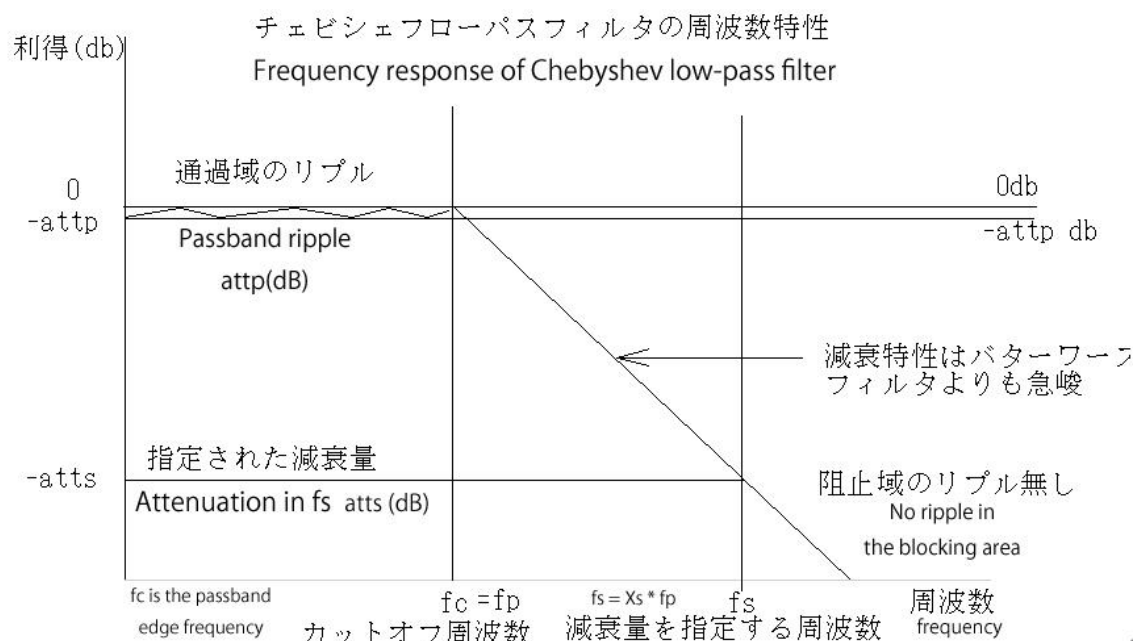


図 1-2 チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-2 Frequency response of Chebyshev flow pass filter

図 1-2 における、 $f_p = f_c$ 、 f_s 、 att_p 、 att_s を与えられて、チェビシェフローパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

Given $f_p=f_c$, f_s , att_p , and att_s in Figure 1-2, to design a Chebyshev low-pass filter, first find the order of the filter by the following equation.

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{att_s/10} - 1) / (10^{att_p/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(f_s / f_c \right)} \quad (1-33)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を式 (1-31) から (1-32) に適用すると最終的な設計が完了します。

Then apply m to equations (1-31) through (1-32) to complete the final design.

次数の決定方法

Order determination method

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ (Hz) と減衰量 a_p (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 a_s (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が a_s (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

Given the cutoff frequency $f_c = f_p$ (Hz) and the attenuation a_p (dB), and the frequency f_s (Hz) and the attenuation a_s (dB), the order m of the filter that makes the attenuation at the frequency f_s (Hz) greater than or equal to a_s (dB) is found.

注意 : Note:

ゲイン a_s は 0dB 以下の負の数値だが、 a_s を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-33) では、 $attp$ と $atts$ は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

The gain a_s is a negative number of 0dB or less, but when a_s is called attenuation, it is considered a positive number.

In formula (1-33) on the previous page, $attp$ and $atts$ are considered to be attenuation amounts, and the minus sign "-" is not attached.

チェビシェフ・ローパスフィルタのカットオフ周波数が f_p の場合、周波数が f における減衰量 a_f (dB) は次式で示される。

When the cutoff frequency of the Chebyshev low-pass filter is f_p , the attenuation a_f (dB) at frequency f is given by the following equation.

式 (1-12) より、From formula (1-12),

$$a_f = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f}{f_p}\right)}} \right\} = -10 \cdot \log_{10} \left\{ 1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f}{f_p}\right) \right\} \quad (1)$$

負号を除去する remove negative sign

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(x)\} \quad |x| \leq 1 \quad (2)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cdot \cosh^{-1}(x)\} \quad |x| > 1 \quad (3)$$

$f = f_p$ の時は、 $x = f_p/f_p = 1$ となるので、 $C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1$

When $f = f_p$, $x = f_p/f_p = 1$, so $C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1$.

従って、この時の減衰量 a_p は、

Therefore, the attenuation amount a_p at this time is

$$a_p = -10 \cdot \log_{10}\{1 + \varepsilon^2 \cdot 1\} \quad (4)$$

負号を除去する remove negative sign

$$\therefore \varepsilon^2 = 10^{\frac{a_p}{10}} - 1 \quad (5)$$

この a_p は通過域のリプル量を表わす。

This a_p represents the amount of ripple in the passband.

$f_s > f_p$ の時は、 $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$ となるので、

When $f_s > f_p$, $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$, so

$$C_m(x) = \cosh\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}$$

従って、減衰量 a_s は、 Therefore, the attenuation a_s is

$$a_s = -10 \cdot \log_{10}\left[1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\}\right] \quad (6)$$

負号を除去する remove negative sign

従って、Therefore,

$$\begin{aligned} 10^{\frac{a_s}{10}} &= 1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} \\ \therefore \cosh^2\left\{m \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{f_s}{f_p}\right)\right\} &= \frac{10^{\frac{a_s}{10}} - 1}{\varepsilon^2} = \frac{10^{\frac{a_s}{10}} - 1}{10^{\frac{a_p}{10}} - 1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\therefore \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = \sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}} \quad (8)$$

$$\therefore m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) = \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}} \right) \quad (9)$$

$$\therefore m = \frac{\cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\frac{as}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}{\frac{ap}{10^{\frac{10}{10}} - 1}}} \right)}{\cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-33) が得られた。

Equation (1-33) on the previous page was obtained.

フィルタの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、
ローパスフィルタの次数を決定する。

Since the order of the filter is an integer, the fractional part of m is rounded up to
determine the order of the low-pass filter.

m を切り上げることで、周波数 fs (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となる。

By rounding up m , the attenuation at frequency fs (Hz) becomes greater than or equal
to as (dB).

1-9 逆チェビシェフローパスフィルタの設計

1-9 Design of inverse Chebyshev low-pass filter

m次の逆チェビシェフローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

The amplitude squared characteristic of an m-th order inverse Chebyshev low-pass filter is defined by the following equation.

$$\left| H_m(\omega_c, j\omega) \right|^2 = \frac{\varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1-34)$$

上式において、(1-5)節 チェビシェフローパスフィルタの設計での以下の式が適用されます。

In the above equation, the following equation in section (1-5) Chebyshev low-pass filter design is applied.

$$C_m(x) = \cos\{m \cos^{-1}(x)\} \dots \dots \dots |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cosh^{-1}(x)\} \dots \dots \dots |x| > 1 \quad (1-14)$$

逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は極零型になります。

$s = j\omega$ を (1-34) に代入し、分母多項式 = 0 とし、極を求めます。

The transfer function of the inverse Chebyshev low-pass filter is pole-zero.

Substitute S into formula (1-34) and set the denominator polynomial to 0 to find the pole.

$$1 + \varepsilon^2 C_m^2\left(j\frac{\omega_c}{s}\right) = 0 \quad (1-35)$$

$$\therefore C_m\left(j\frac{\omega_c}{s}\right) = \pm j \frac{1}{\varepsilon}$$

$\left|\frac{\omega_c}{\omega}\right| \leq 1$ とすると、(1-13) を用いて、

Assuming $\left|\frac{\omega_c}{\omega}\right| \leq 1$, using formula (1-13),

$$C_m\left(j\omega_c/s\right) = \cos\left\{m\cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right)\right\} \quad (1-36)$$

となります。ここで、 becomes. here,

$$\cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right) = a + jb \text{ として、式 (1-36) に代入すると、(1-23) と同様に、}$$

As $\cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right) = a + jb$, substituting into formula (1-36), similarly to (1-23),

$$\begin{aligned} \cos\left\{m\cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right)\right\} &= \cos(ma + jmb) \\ &= \cos(ma)\cosh(mb) - j\sin(ma)\sinh(mb) \end{aligned} \quad (1-37)$$

式 (1-37) を (1-35) の右辺と比較して、実部、虚部をそれぞれ等しいとして、次のように、(1-24) から (1-27) と等しい結果を得ます。

Comparing equation (1-37) with the right side of (1-35), let the real and imaginary parts be equal. We get the result equal to (1-24) to (1-27) as follows.

$$\begin{aligned} \cos^{-1}\left(j\omega_c/s\right) &= a_k + jd \\ a_k &= \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0,1,\dots,\frac{m-1}{2} \\ d &= \frac{1}{m}\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \end{aligned} \quad (1-38)$$

従って、逆チェビシェフローパスフィルタの極は、

Therefore, the poles of the inverse Chebyshev low-pass filter are

$$\begin{aligned} j\omega_c/s &= \cos(a_k \pm jd) \\ &= \cos(a_k)\cosh(d) \pm j\sin(a_k)\sinh(d) \\ \therefore s &= \frac{\omega_c}{\pm\sin(a_k)\sinh(d) - j\cos(a_k)\cosh(d)} \\ &= \frac{\pm\sin(a_k)\sinh(d) + j\cos(a_k)\cosh(d)}{\sin^2(a_k)\sinh^2(d) + \cos^2(a_k)\cosh^2(d)}\omega_c \end{aligned} \quad (1-39)$$

となります。 becoms.

$$s = -p_k \pm jq_k \text{ として、 } \text{As } s = -p_k \pm jq_k$$

$$\cos^2(a_k) = 1 - \sin^2(a_k) \quad \text{を式 (1-39) に代入すると、}$$

$$\cosh^2(d) = 1 + \sinh^2(d)$$

Substituting $\cos^2(a_k) = 1 - \sin^2(a_k)$ into equation (1-39) yields $\cosh^2(d) = 1 + \sinh^2(d)$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \omega_c \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (1-40)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1} \omega_c$$

となります。becoms.

一方、分子=0として零点を求めます。

On the other hand, the zero point is obtained with the numerator = 0.

$$\varepsilon^2 C_m^2 \left(j\omega_c / s \right) = 0$$

$$\therefore C_m \left(j\omega_c / s \right) = 0$$

$$\left| \omega_c / \omega \right| \leq 1 \text{ とすると、(1-13) を用いて、}$$

$$\text{Assuming } \left| \omega_c / \omega \right| \leq 1, \text{ using formula (1-13),}$$

$$\cos \left\{ m \cos^{-1} \left(j\omega_c / s \right) \right\} = 0$$

$$\therefore m \cos^{-1} \left(j\omega_c / s \right) = \frac{\pi(2k+1)}{2} \dots \dots \dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$\therefore j\omega_c / s = \cos \left(\frac{\pi(2k+1)}{2m} \right)$$

従って、 $s = j \frac{\omega_c}{\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)}$ が得られます。

So we get $s = j \frac{\omega_c}{\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)}$.

$r_k = \frac{\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)}{\omega_c}$ とすると、 Let $r_k = \frac{\cos\left(\frac{\pi(2k+1)}{2m}\right)}{\omega_c}$ be

$$r_k^2 s^2 + 1 = 0$$

(1 − 4 1)

1-10 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

1-10 Summary of transfer function of inverse Chebyshev low-pass filter

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は
 When the order of the inverse Chebyshev low-pass filter is m and the attenuation at
 frequency f_c is $atts(db)$, the transfer function of the inverse Chebyshev low-pass filter
 is expressed by the following equation using $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$.

m が奇数であれば、when m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

m が偶数であれば、when m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43) において In formulas (1-42) and (1-43),

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

以上で、逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は完全に求められました。

The transfer function of the inverse Chebyshev low-pass filter is now completely determined.

1-11 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計

1-11 Designing an inverse Chebyshev low-pass filter that satisfies given specifications

1-10までで、次数 m と減衰量を指定する周波数 ω_c 及び減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ によって逆チェビシェフローパスフィルタの設計が可能になりました。

Up to 1-10, we now have the ability to design an inverse Chebyche lowpass filter with order m and frequency ω_c specifying attenuation and attenuation $\text{atts}(\text{db})$.

次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

The following shows how to design a filter by finding the minimum required order of the filter from the two given frequencies, attenuation and ripple.

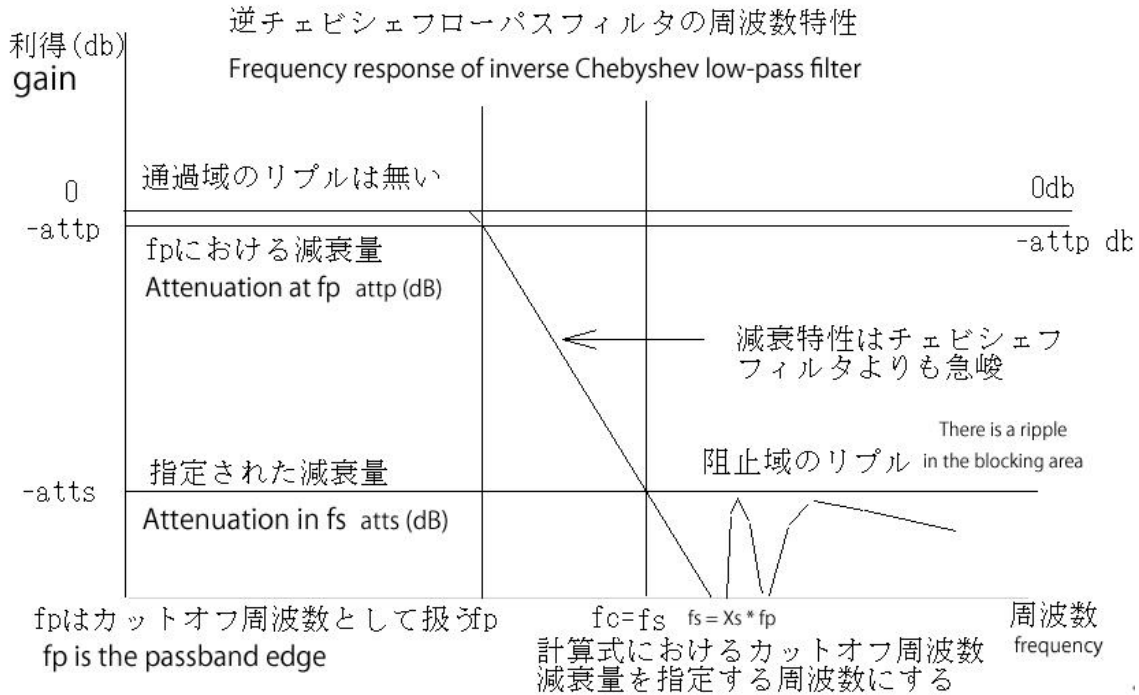


図 1-3 逆チェビシェフローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-3 Frequency response of inverse Chebyshev flow pass filter

上図において、計算式における周波数 f_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 f_s 、 f_p はこれまでカットオフ周波数 f_c として扱われてきました。

In the above figure, the frequency f_c in the formula has been treated as the frequency f_s that specifies the amount of attenuation in Butterworth filters, etc., and f_p has been treated as the cutoff frequency f_c .

従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

Therefore, the formula for inputting the f_p value as the cutoff frequency and the f_s value as the attenuation frequency is as follows.

$$\omega_c = 2\pi f_s \quad (1-45)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (1-46)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(f_s / f_p \right)} \quad (1-47)$$

従って、フィルタの次数 m は式 (1-47) の d を切り上げて、

Therefore, the order m of the filter is obtained by rounding up d in equation (1-47),

$$m = \text{ceil}(d) \quad (1-48)$$

次に、 m を式 (1-42) から (1-43) に適用すると最終的な設計が完了します。

Then apply m to equations (1-42) through (1-43) to complete the final design.

次数の決定方法

Order determination method

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ (Hz) と減衰量 ap (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 as (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

Given the cutoff frequency $f_c = f_p$ (Hz) and the attenuation ap (dB), and the frequency f_s (Hz) and the attenuation as (dB), the order m of the filter that makes the attenuation at the frequency f_s (Hz) greater than or equal to as (dB) is found.

注意： Note:

ゲイン as は 0dB 以下の負の数値だが、 as を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

前のページの式 (1-47) では、 $attp$ と $atts$ は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

The gain as is a negative number of 0dB or less, but when as is called attenuation, it is considered a positive number.

In formula (1-47) on the previous page, $attp$ and $atts$ are considered to be attenuation amounts, and the minus sign "-" is not attached.

チェビシェフ・ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

The magnitude-squared characteristic of a Chebyshev lowpass filter is defined by the following equation:

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)} \quad (1-12)$$

$$C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(x)\} \quad |x| \leq 1 \quad (1-13)$$

$$C_m(x) = \cosh\{m \cdot \cosh^{-1}(x)\} \quad |x| > 1 \quad (1-14)$$

逆チェビシェフ・ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

The magnitude-squared characteristic of an inverse Chebyshev low-pass filter is defined by the following equation.

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad (1-34)$$

式 (1-12) から式 (1-34) を作成する方法を考えます。

式 (1-12) の特性は下図 (a)で示されます。(ゲインは dB ではなくリニア目盛)

Consider how to create equation (1-34) from equation (1-12).

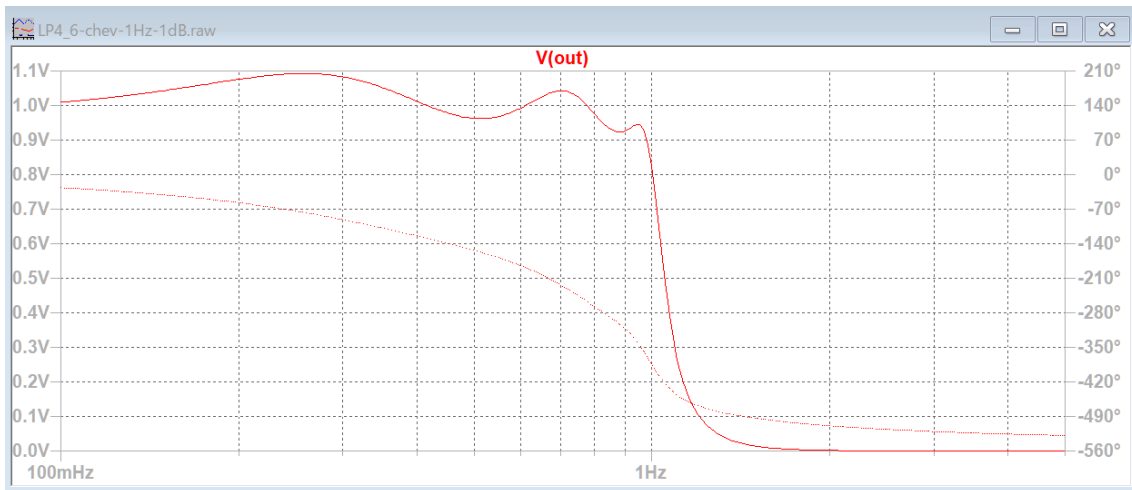
The characteristics of equation (1-12) are shown in figure (a) below. (Gain is on a linear scale, not dB)

基本角周波数 $\omega = 1$ で、ゲインが $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$ になることが分かります。

一般的には、カットオフ周波数 f_c でゲインが $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$ になるという事です。

It can be seen that at the fundamental angular frequency $\omega = 1$, the gain becomes $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$.

In general, it means that the gain becomes $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$ at the cutoff frequency f_c .



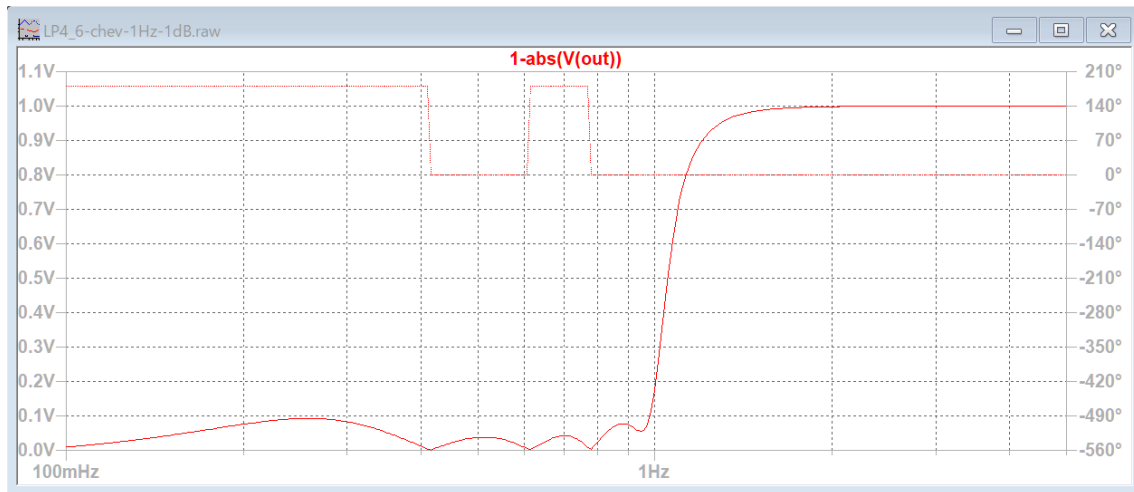
(a)

次に 1 からこの関数を引き算すると, Then subtract this function from 1,

$$1 - \frac{1}{1+\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)} = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}{1+\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}$$

となり、この特性は下図 (b)で示されます。

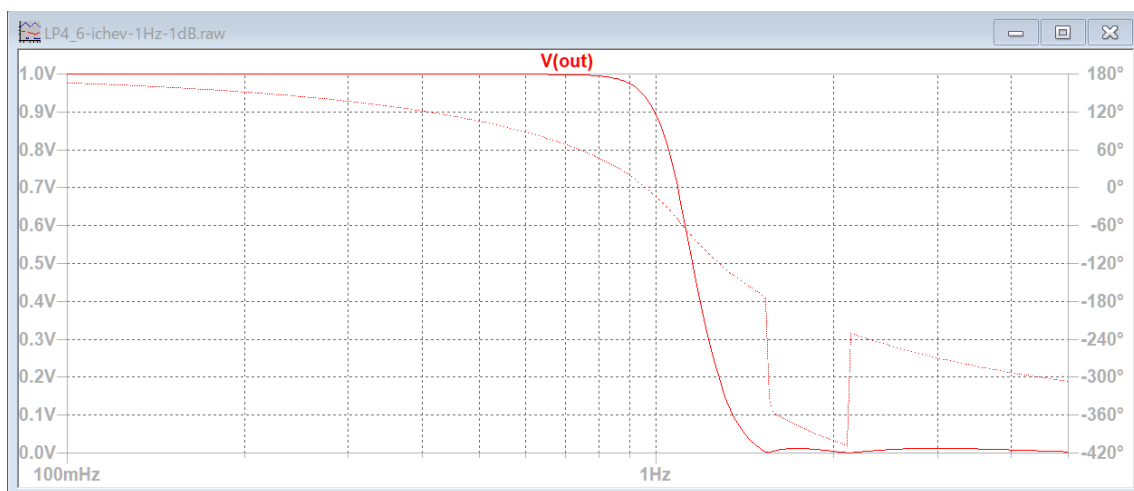
and this characteristic is shown in the figure (b) below.



(b)

次に周波数を逆数にすると下図 (c)の逆チェビシェフ特性が得られます。

Next, when the frequency is reciprocated, the inverse Chebyshev characteristic shown in (c) below is obtained.



(c)

この時の振幅自乗特性は次の式で表されます。

The amplitude square characteristic at this time is expressed by the following formula.

$$|H_m(\omega_c, \omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}$$

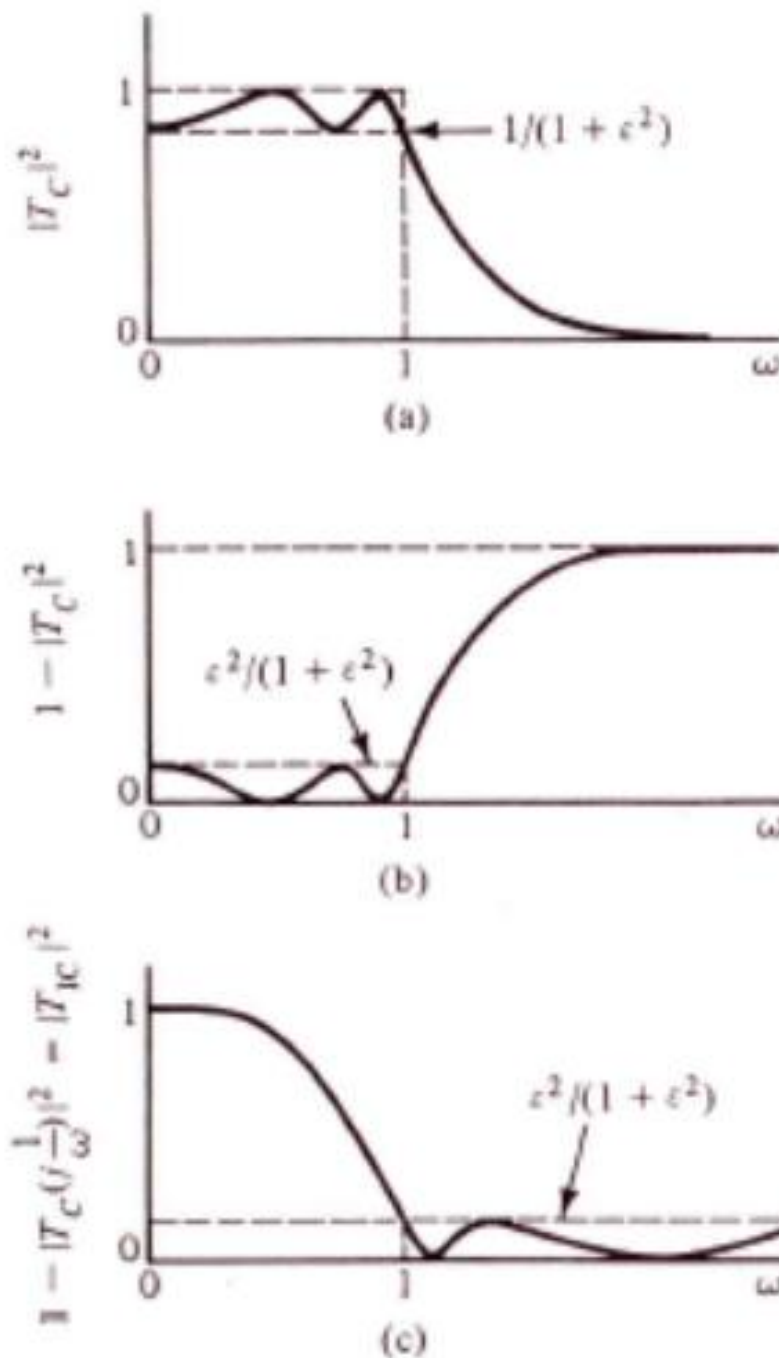


図 (c) はカットオフ周波数が f_s で、 f_s における振幅自乗特性が $\frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2} \rightarrow as$ であること、

つまり、周波数が f_s における減衰量が as になることを示しています。

Figure (c) shows that the cutoff frequency is f_s and the amplitude squared characteristic

at f_s is $\frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2} \rightarrow as$. In other words, it indicates that the attenuation at frequency f_s is as .

従って、逆チェビシェフ・ローパスフィルタで、カットオフ周波数 $f_c = f_p(\text{Hz})$ の減衰量が $a_p(\text{dB})$ 、周波数 $f_s(\text{Hz})$ の減衰量が $a_s(\text{dB})$ 以上となるフィルタの次数 m は次の様に計算します。

Therefore, in the inverse Chebyshev low-pass filter, the order m of the filter with which the attenuation of the cutoff frequency $f_c = f_p(\text{Hz})$ is $a_p(\text{dB})$ and the attenuation of the frequency $f_s(\text{Hz})$ is more than $a_s(\text{dB})$ is as follows. Calculate a_s

式 (1-34) を次のように書き換える。Rewrite equation (1-34) as follows.

$$|H_m(f_s, f)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f_s}{f}\right)}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_m^2\left(\frac{f_s}{f}\right)} \quad (1-34-2)$$

$f = f_s$ の時の減衰量 a_s は、 $x = \frac{f_s}{f_s} = 1$ なので、 $C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1$ より

Attenuation a_s at $f = f_s$ is $x = \frac{f_s}{f_s} = 1$, so from $C_m(x) = \cos\{m \cdot \cos^{-1}(1)\} = \cos(0) = 1$

$$a_s = 20 \cdot \log_{10} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2}} \right\} = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \right\} \quad (1)$$

負号を追加する add a negative sign

$$10^{\frac{-a_s}{10}} = \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \therefore \varepsilon^2 \cdot \left(10^{\frac{-a_s}{10}} - 1 \right) = -10^{\frac{-a_s}{10}} \quad (2)$$

$$\therefore \varepsilon^2 = \frac{-10^{\frac{-a_s}{10}}}{10^{\frac{-a_s}{10}} - 1} = \frac{1}{10^{\frac{a_s}{10}} - 1} \quad (3)$$

$f = f_p < f_s$ の時の減衰量 a_p は、 $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$ なので、

Since the attenuation amount a_p at $f = f_p < f_s$ is $x = \frac{f_s}{f_p} > 1$,

$$C_m(x) = \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{f_s}{f_p} \right) \right\} \text{ より } \text{from } C_m(x) = \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{f_s}{f_p} \right) \right\}$$

$$a_p = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{f_s}{f_p} \right) \right\}}{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{f_s}{f_p} \right) \right\}} \right\} \quad (4)$$

負号を追加する add a negative sign

$$\therefore 10^{\frac{-ap}{10}} = \frac{\varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\}}{1 + \varepsilon^2 \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\}} \quad (5)$$

$$\therefore \varepsilon^2 \cdot \left(10^{\frac{-ap}{10}} - 1 \right) \cdot \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = -10^{\frac{-ap}{10}} \quad (6)$$

$$\therefore \cosh^2 \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{-10^{\frac{-ap}{10}}}{10^{\frac{-ap}{10}} - 1} = \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} = \frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1} \quad (7)$$

従って、Therefore,

$$\therefore \cosh \left\{ m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) \right\} = \sqrt{\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \quad (8)$$

$$\therefore m \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right) = \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \right) \quad (9)$$

$$m = \frac{\cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{\frac{as}{10}} - 1}{10^{\frac{ap}{10}} - 1}} \right)}{\cosh^{-1} \left(\frac{fs}{fp} \right)}$$

前のページの式 (1-47) が得られた。

Equation (1-47) on the previous page was obtained.

フィルターの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、ローパスフィルタの次数を決定する。

Since the order of the filter is an integer, the fractional part of m is rounded up to determine the order of the low-pass filter.

m を切り上げることで、周波数 fs (Hz) における減衰量が as (dB) 以上となる。

By rounding up m , the attenuation at frequency fs (Hz) becomes greater than or equal to as (dB).

1-12 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフローパスフィルタの設計2

1-11で、「1-10までで、次数 m と周波数 ω_c 及び減衰量 $atts(db)$ によってフィルタの設計が可能になりました」と書きましたが、実は f_p と $attp$ は求められていないのです。ここでは、 f_p における減衰量を $attp(db)$ として、 f_p を求めてみます。

In 1-11, I wrote, "Up to 1-10, filter design is possible with the order m , frequency ω_c , and attenuation $atts$ (db)," but in fact f_p and $attp$ are not obtained.

Here, f_p is calculated with attenuation at f_p as $attp(db)$.

式 (1-46) から、 From equation (1-46),

$$\begin{aligned}atts &= -10 \log \left(\frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2} \right) \\&= 10 \log \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \\ \therefore \frac{1}{\varepsilon^2} &= 10^{atts/10} - 1\end{aligned} \quad (1-49)$$

図 1-3 において、 $\omega_c = x\omega_p \dots\dots\dots x > 1$ として、同様に (1-34) から
In Figure 1-3, as $\omega_c = x\omega_p \dots\dots\dots x > 1$, similarly from equation (1-34)

$$\begin{aligned}attp &= -10 \log \left(\frac{\varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}}{1 + \varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}} \right) \\ \therefore 10^{attp/10} - 1 &= \frac{1}{\varepsilon^2 \cosh^2 \{m \cosh^{-1}(x)\}}\end{aligned} \quad (1-50)$$

式 (1-49) を (1-50) に代入して、 Substitute equation (1-49) into (1-50),

$$\begin{aligned}\cosh \{m \cosh^{-1}(x)\} &= \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \\ \therefore x &= \cosh \left(\frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right)\end{aligned}$$

従って、 $\omega_c = x\omega_p$ から

Thus, from W

$$\omega_p = \frac{\omega_c}{\cosh\left(\frac{1}{m} \cosh^{-1}\left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}}\right)\right)} \quad (1-51)$$

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

また、ついでに f_p , f_s , $attp$ 及び m を与えられて $atts$ を求めてみます。

この場合も、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$ とすると、式 (1-49), (1-50) から

And, incidentally, given f_p , f_s , $attp$ and m , let us find $atts$.

In this case also, if $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$, from equations (1-49) and (1-50)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon^2} &= 10^{atts/10} - 1 = (10^{attp/10} - 1) \cosh^2 \left\{ m \cosh^{-1}(x) \right\} \\ \therefore atts &= 10 \log \left[(10^{attp/10} - 1) \cosh^2 \left\{ m \cosh^{-1}(f_s/f_p) \right\} + 1 \right] \end{aligned} \quad (1-52)$$

さらについでに、 f_p , $attp$, $atts$ 及び m を与えられて、 f_s を求めてみます。

この場合も、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$ とすると、(1-51) から

And, incidentally, given f_p , $attp$, $atts$ and m , let us find f_s .

Again, let $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_s}{f_p} \omega_p = x \omega_p$, and from (1-51) we obtain

$$\begin{aligned} \omega_c &= \omega_p \cosh \left\{ \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right\} \\ \omega_p &= 2\pi f_p \end{aligned} \quad (1-53)$$

以上をまとめて、注意しなければならないことは、式 (1-34) から (1-51) までの式で使用されている ω_c は図 1-3 における f_s により計算されているということです。

Summing up the above, it should be noted that ω_c used in equations (1-34) through (1-51) is calculated by f_s in Figure 1-3.

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

ローパスフィルタでは利得が減少しはじめる、図 1-3 でいえば、 f_p をカットオフ周波数と呼ぶのが一般的です。従って、実用的には次の様にして設計がなされると思います。

In a low-pass filter, the cutoff frequency is generally referred to as f_p in Figure 1-3, where the gain begins to decrease. Therefore, in practical use, a low-pass filter is designed as follows.

1. f_p , f_s , $attp$, $atts$ を与え、式 (1-45) から (1-48) を使用し、 m と ω_c を求め、これを式 (1-42) または (1-43) に適用する方法。
1. A method that gives f_p , f_s , $attp$, and $atts$, uses equations (1-45) through (1-48), finds m and ω_c , and applies this to equations (1-42) or (1-43).
2. f_p , $attp$, f_s 及び m を与え、式 (1-52) により $atts$ を求め、これが要求にあっているかを確認した後、 f_s から w_c を求め、式 (1-42) または (1-43) に適用する方法。
2. A method in which f_p , $attp$, f_s and m are given, $atts$ is obtained by formula (1-52), and after checking whether this is the requirement, w_c is obtained from f_s and applied to formula (1-42) or (1-43).

1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計

1-13 Design of Elliptic Function Low Pass Filter (Coupled Chebyshe Flow Pass Filter)

m次の楕円関数ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

The amplitude square characteristic of m-th order elliptic function low-pass filter is defined by the following formula.

$$|H_m(\omega_c, j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

ここで、 $R_m(\omega/\omega_c, L)$ はヤコビの楕円関数又はチェビシェフ有理関数と呼ばれるものです。

where $R_m(\omega/\omega_c, L)$ is the so-called Jacobi elliptic function or Chebyshev rational function.

いわゆるカットオフ周波数 f_p におけるリプル att_p 、阻止域における最小限の減衰量 $atts$ を実現する最初の周波数を f_s とするとき、

Ripple att_p at so-called cut-off frequency f_p , and f_s the first frequency that achieves the minimum attenuation $atts$ in the stopband,

$$\begin{aligned} \omega_c &= 2\pi f_p \\ R_m(1, L) &= 1 \\ R_m(f_s/f_p, L) &= L \end{aligned} \quad (1-55)$$

とすると、(1-54) に f_p , f_s をそれぞれ代入すると、次が得られます。

Then, substituting f_p and f_s for (1-54) respectively, we get the following.

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \quad (1-56)$$

$$atts = 10 \log(1 + \varepsilon^2 L^2)$$

$$\therefore L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \quad (1-57)$$

これをもとにして伝達関数を求めてゆくわけですが、その前にチェビシェフ有理関数

$R_m(x, L)$ の性質を学びたいと思います。

1-13 楕円関数ローパスフィルタ（連立チェビシェフローパスフィルタ）の設計

Based on this, we will find the transfer function, but before that, I would like to learn the properties of the Chebyshev rational function $R_m(x, L)$.

1. m が偶数（奇数）のとき、 $R_m(x, L)$ は偶関数（奇関数）

1. When m is an even number (odd number), $R_m(x, L)$ is an even function (odd function)

2. $R_m(x, L)$ は $|x| < 1$ の範囲にすべての零を持ち、 $|x| \geq 1$ の範囲にすべての極を持つ

2. $R_m(x, L)$ has all zeros in the range $|x| < 1$ and all poles in the range $|x| \geq 1$

3. $|R_m(x, L)| \leq 1 \dots \dots \dots |x| \leq 1$ (1-58)

4. $R_m(1, L) = 1$ (1-59)

5. $|R_m(x, L)| \geq L \dots \dots \dots |x| \geq x_L$ (1-60)

x_L は $R_m(x_L, L) = L$ となる、最初（最小）の x の値

x_L is the first (smallest) value of x such that $R_m(x_L, L) = L$

6. $R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)}$ (1-61)

$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$, $L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}}$ として、次式で規定されるローパスフィルタは以下の特性を持ちます。

As $\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$ and $L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}}$, the lowpass filter specified by the following equation has the following characteristics:

$$A(\omega) = 10 \log \left\{ 1 + \left[\varepsilon R_m \left(\frac{\omega}{\omega_p}, L \right) \right]^2 \right\} \quad (1-62)$$

1. 通過域に a t t p の等リプルを持つ
 1. Has an equiripple of attp in the passband
2. 阻止域に a t t s の等リプルを持つ
 2. Has an equiripple of atts in the stopband
3. カットオフ周波数は ω_p
 3. The cutoff frequency is ω_p

式 (1-61) から、 $x = x_i$ が $R_m(x, L)$ の極であれば、 $x = x_L/x_i$ が零となることが分かります。

From equation (1-61), we know that $x = x_L/x_i$ is zero if $x = x_i$ is a pole of $R_m(x, L)$.

同様に、 $R_m(x, L)$ が偶関数であれ奇関数であれ、 $x = x_i$ が $R_m(x, L)$ の極であれば、 $x = -x_i$ も $R_m(x, L)$ の極となることが分かります。

Similarly, whether $R_m(x, L)$ is an even or odd function, if $x = x_i$ is a pole of $R_m(x, L)$, then $x = -x_i$ will also be a pole of $R_m(x, L)$.

従って、 $R_m(x, L)$ は次のようになります。

Thus, R_m becomes

$m = 2n$ (偶数) $m = 2n$ (even number)

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - (x_L/x_i)^2}{x^2 - x_i^2} \quad (1-63)$$

$m = 2n + 1$ (奇数) $m = 2n + 1$ (odd number)

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - (x_L/x_i)^2}{x^2 - x_i^2} \quad (1-64)$$

上式において、 In the above equation,

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_i^2}{x_L} \quad , \quad C_2 = \left(\frac{L}{x_L} \right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_i^2}{x_L} \quad (1-65)$$

(1-63) から (1-65) の式は好都合な形をしています。というのは、同式は通過域を等リプルにするために x_L/x_i を見つけることが出来れば、阻止域は自動的に等リプルに出来ることを暗示しているからです。

Equations (1-63) to (1-65) have a convenient form. This is because they imply that if we can find x_L/x_i to make the passband equal-ripple, the blocking region is automatically equal-ripple.

それで、通過域に限定して考察を進めることが出来るようになりました。

So we can now proceed with our considerations limited to the transit area.

次に、 $R_m(x, L)$ を表わす微分方程式について学びますがそこでは、楕円積分と楕円関数の知識が必要になります。

Next, you will learn about differential equations representing $R_m(x, L)$, which requires knowledge of elliptic integrals and elliptic functions.

これらを用いると、式 (1-63), (1-64) の極と零は楕円正弦関数 $sn(u, k)$ によって表わすことが可能となります。楕円正弦関数 $sn(u, k)$ については後で説明します。

Using these, the poles and zeros in Equations (1-63) and (1-64) can be represented by the elliptic sine function $sn(u, k)$. The elliptic sine function $sn(u, k)$ will be explained later.

$sn(u, k)$ は数表によって値を求めることが出来ますが、プログラムによって値を計算することも可能です。

SN can be obtained by a number table, but it is also possible to calculate values programmatically.

$$\begin{aligned} k = 1/x_L \text{ として、} & \quad \text{As } k = 1/x_L, \\ m = 2n \text{ (偶数)} & \quad m = 2n \text{ (even number)} \end{aligned}$$

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[(2\nu-1)K/m, k]\}^2} \quad (1-66)$$

$$m = 2n + 1 \text{ (奇数)} \quad m = 2n + 1 \text{ (odd number)}$$

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2[2\nu K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[2\nu K/m, k]\}^2} \quad (1-67)$$

上式において、 In the above equation,

$$\begin{aligned} C_1 &= L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_L}{sn^2[(2\nu-1)K/m, k]} \\ C_2 &= \left(\frac{L}{x_L}\right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_L}{sn^2[2\nu K/m, k]} \end{aligned} \quad (1-68)$$

これらの式において楕円正弦関数のモジュール k は $k = 1/x_L$ で表わされ、この値は K にも影響を与えます。この K は k に対する完全楕円積分として知られています。

In these equations, the module k of the elliptic sine function is denoted by , which also affects K . This K is known as the complete elliptic integral over k .

$$\begin{aligned} K &= K(k) = K(x_L^{-1}) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}} dx \\ k' &= \sqrt{1 - k^2} \\ K' &= K'(k) = K(k') = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k'^2 \sin^2 x}} dx \end{aligned} \quad (1-69)$$

楕円関数フィルタの次数 m は、与えられた $f_p, attp, f_s, atts$ により次式で求められます。

The order m of the elliptic function filter is obtained by the given $f_p, attp, f_s, atts$ as follows

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

ここに、 Here,

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{att_s/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \quad (1-71)$$

$R_m(x, L)$ を表わす微分方程式を求めます。

Find the differential equation for $R_m(x, L)$.

dR_m/dx は通過域で $R_m = \pm 1$ となる x において $m-1$ 個の零を持ち、阻止域で $R_m = \pm L$ となる x において $m-1$ 個の零を持ちます。

dR_m/dx has $m-1$ zeros at x that are $R_m = \pm 1$ in the passband and $m-1$ zeros at x that are $R_m = \pm L$ in the stopband.

従って、2次の零を2個として数えると、

Therefore, if we count the zeros of the second order as two zeros,

(a) $(dR_m/dx)^2$ は4 ($m-1$) 個の零を持ちます。($x = \pm 1, \pm x_L$ は除きます。)

(a) DR has 4 ($m-1$) zeros. (Excluding X.)

今度は、代わりに $R_m(x, L) + 1$ を考えると、これは m 個の零を持ちます。同様に、 $R_m(x, L) - 1$

も m 個の零を持ちます。同じく、 $R_m(x, L) + L$ と $R_m(x, L) - L$ も m 個の零を持ちます。

Now consider $R_m(x, L) + 1$ instead, which has m zeros. Similarly, $R_m(x, L) - 1$ has m

zeros. Similarly, $R_m(x, L) + L$ and $R_m(x, L) - L$ have m zeros.

従って、 Therefore,

(b) $\{R_m^2(x, L) - 1\}\{R_m^2(x, L) - L^2\}$ は4 m 個の零を持ちます。零は $R_m(x, L) = \pm 1, \pm L$ となる、 x で現れますが、 $x = \pm 1, \pm x_L$ は1次の零でそれ以外は2次の零です。

(b) Rm has 4m zeros. Zeros appear in x , which is $R_m(x, L) = \pm 1, \pm L$, where $x = \pm 1, \pm x_L$ is a first-order zero and the rest are second-order zeros.

(a) と (b) から From (a) and (b)

$$\frac{dR_m(x, L)}{dx} = M \left[\frac{\{1 - R_m^2(x, L)\} \{L^2 - R_m^2(x, L)\}}{(1 - x^2)(x_L^2 - x^2)} \right]^{1/2}$$

最終的に、 Finally,

$$\frac{CdR_m(x, L)}{\left[\{1 - R_m^2(x, L)\} \{L^2 - R_m^2(x, L)\} \right]^{1/2}} = \frac{dx}{\left[(1 - x^2)(x_L^2 - x^2) \right]^{1/2}} \equiv du \quad (1-72)$$

が得られます。 is obtained.

(1-72) が $R_m(x, L)$ に対する微分方程式です。この方程式を解くには、ヤコビの楕円関数が必要になるので、楕円積分と楕円関数について説明をします。

Equation (1-72) is the differential equation for R_m . Solving this equation requires Jacobi's elliptic functions, so we will discuss elliptic integrals and elliptic functions.

第 1 種の楕円積分

Elliptic integrals of the first kind

$$u(\phi, k) = \int_0^{\phi} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \quad (1-73)$$

楕円積分は 2 つの変数 ϕ と k の関数です。 k は楕円積分のモジュールと呼ばれ、1 以下の値であれば、実数 ϕ に対して $u(\phi, k)$ も実数となります。パラメータ ϕ は楕円積分の偏角と呼ばれています。

The elliptic integral is a function of two variables ϕ and k . k is called the module of elliptic integrals, and if it is less than or equal to 1, $u(\phi, k)$ is also real for real ϕ .

The parameter ϕ is called the declination of the elliptic integral.

k はしばしばモジュラー角 θ によって次のように表わされます。

k is often expressed by the modular angle θ as

$$k = \sin \theta \quad (1-74)$$

$\phi = \pi/2$ の時の $u(\phi, k)$ の値を特に、完全楕円積分と呼び、次のように定義されています。

The value of $u(\phi, k)$ at $\phi = \pi/2$ is called, in particular, the full elliptic integral, which is defined as follows

$$u\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \equiv K = K(k) \quad (1-75)$$

楕円積分の性質 Properties of elliptic integrals

$$1. \quad u(\phi, k) = -u(-\phi, k)$$

$$2. \quad u(\pi, k) = 2K$$

$$3. \quad u(\pi + \phi, k) = 2K + u(\phi, k)$$

$$4. \quad du/d\phi = (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2}$$

モジュールの補数 k' と完全楕円積分の補数 K' を定義します。

Define the complement k' of the module and the complement K' of the complete elliptic integral.

$$k' = \sqrt{1 - k^2} \quad (1 - 76)$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^{\pi/2} (1 - k'^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \equiv K' = K(k') \quad (1 - 77)$$

楕円関数 elliptic function

楕円積分は次のように定義されました。 The elliptic integral was defined as

$$u(\phi, k) = \int_0^{\phi} (1 - k^2 \sin^2 x)^{-1/2} dx \quad (1-73)$$

ヤコビの楕円関数は上式の表記に対して次のように定義されています。

Jacobi's elliptic function is defined for the notation above as follows

$$\text{楕円正弦関数 elliptic sine function} \quad sn(u, k) = \sin \phi \quad (1-78)$$

$$\text{楕円余弦関数 elliptic cosine function} \quad cn(u, k) = \cos \phi \quad (1-79)$$

$$dn(u, k) = \frac{d\phi}{du} \quad (1-80)$$

定義より、 From definition,

$$dn(u, k) = \frac{d\phi}{du} = (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} = [1 - k^2 sn^2(u, k)]^{1/2} \quad (1-81)$$

楕円関数の性質 Properties of elliptic functions

$$\begin{aligned} a. \quad & sn(u, k) = -sn(-u, k) \\ & cn(u, k) = cn(-u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad & sn(0, k) = 0 \quad sn(K, k) = 1 \\ & cn(0, k) = 1 \quad cn(K, k) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. \quad & sn(u + K, k) = sn(K - u, k) \\ & cn(u + K, k) = -cn(K - u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d. \quad & sn(u + 2K, k) = -sn(u, k) \\ & cn(u + 2K, k) = -cn(u, k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e. \quad & sn(u+4K, k) = sn(u, k) \\ & cn(u+4K, k) = cn(u, k) \end{aligned}$$

e. の性質から楕円関数は $4K$ の周期を持つことが解ります。また、多くの点で通常の三角関数と似ています。実際、 $u(\phi, 0) = \phi$ なので

e. The properties of the elliptic function reveal that it has a period of $4K$. It is also similar to ordinary trigonometric functions in many respects. In fact, since U

$$sn(u, 0) = \sin u \quad cn(u, 0) = \cos u \quad (1-82)$$

他に似ている性質は、 Other similar properties are,

$$sn^2(u, k) + cn^2(u, k) = 1 \quad (1-83)$$

$$sn(u+v, k) = \frac{sn(u, k) * cn(v, k) * dn(v, k) + sn(v, k) * cn(u, k) * dn(u, k)}{1 - k^2 sn^2(u, k) * sn^2(v, k)} \quad (1-84)$$

$$cn(u+v, k) = \frac{cn(u, k) * cn(v, k) - sn(u, k) * sn(v, k) * dn(u, k) * dn(v, k)}{1 - k^2 sn^2(u, k) * sn^2(v, k)} \quad (1-85)$$

複素数の引数に対する楕円関数

Elliptic functions for complex arguments

$$sn(iu, k) = i \frac{sn(u, k')}{cn(u, k')} \quad (1-86)$$

$$cn(iu, k) = \frac{1}{cn(u, k')} \quad (1-87)$$

$$dn(iu, k) = \frac{dn(u, k')}{cn(u, k')} \quad (1-88)$$

複素数引数の楕円関数の性質 Properties of elliptic functions of complex arguments

$$a. \quad sn(iu, k) = -sn(-iu, k)$$

$$b. \quad sn(iK', k) = \infty$$

$$c. \quad sn(i[u + K'], k) = -sn(i[K' - u], k)$$

$$d. \quad sn(i[u + 2K'], k) = sn(iu, k)$$

$$e. \quad sn(iu, 1) = i \tan u$$

性質 d. から $sn(iu, k)$ は周期 $2K'$ を持つことが解ります。

以上により、複素数 $u = y + iz$ に対する楕円関数を求める準備が出来ました。

From property d., we know that $sn(iu, k)$ has period $2K'$.

We are now ready to find the elliptic function for the complex number $u = y + iz$.

$$\begin{aligned} sn(u, k) &= sn(y + iz, k) \\ &= \frac{sn(y, k)dn(z, k') + icn(y, k)dn(y, k)sn(z, k')cn(z, k')}{cn^2(z, k') + k^2 sn^2(y, k)sn^2(z, k')} \end{aligned} \quad (1-89)$$

前出の性質から、 From the nature of the aforementioned,

$$sn(y + 4K, k) = sn(y, k)$$

$$sn(i[z + 2K'], k) = sn(iz, k)$$

これは次の様に複素数に拡張されます。 This is extended to complex numbers as follows

$$sn(u + 4K, k) = sn(u, k)$$

$$sn(u + i2K', k) = sn(u, k)$$

(1-90)

従って、 $sn(u, k)$ は、実数周期 $4K$ と虚数周期 $i2K'$ を持った、2重周期関数であることが解ります。この周期の様子は図1-6の周期長方形によって解りやすく示されています。

Therefore, $sn(u, k)$ is a doubly periodic function with a real period of $4K$ and an imaginary period of $i2K'$.

The period is clearly shown by the periodic rectangle in Figure 1-6.

(1-90) により、 $sn(u, k)$ の振る舞いが周期長方形内部の全ての u に対して解れば、 u 平面全体に対して解ったことになります。 $sn(u, k)$ の極と零も同じ周期で現れます。

If the behavior of $sn(u, k)$ is found for all u inside the periodic rectangle by equation (1-90), then it is found for the entire u -plane. The poles and zeros of $sn(u, k)$ also appear at the same period.

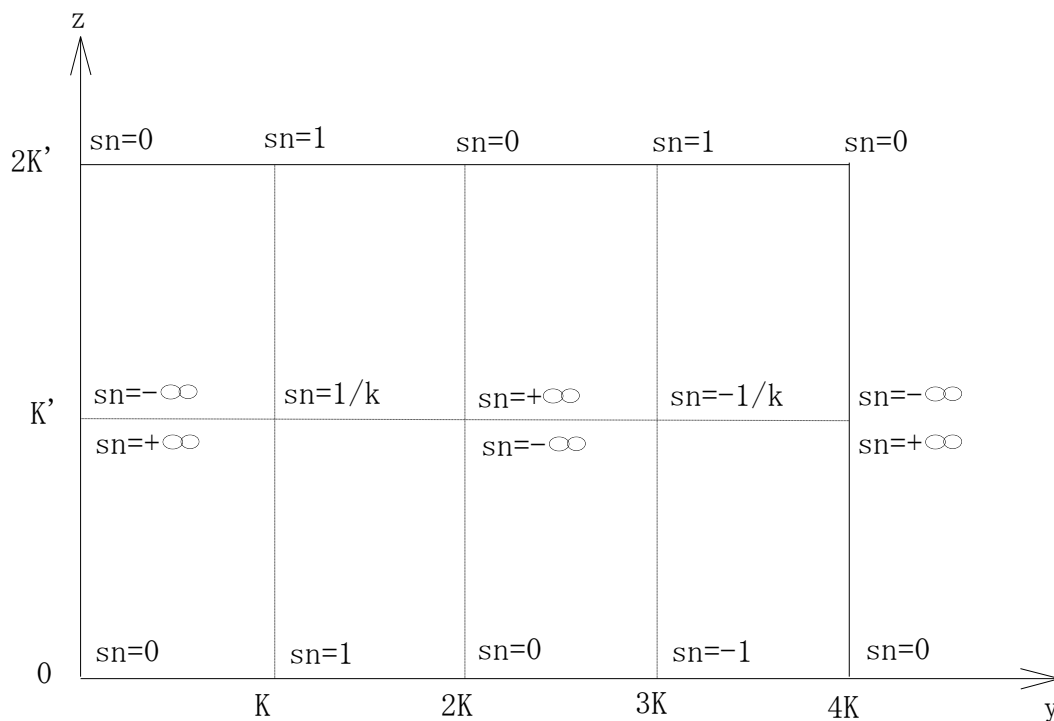


図 1-6 楕円正弦関数の周期長方形

Figure 1-6 Periodic rectangle of elliptic sine function

楕円積分のもう一つの表現

Another representation of the elliptic integral

式 (1-73) で表わされる、楕円積分のもう一つの表現を見つけるために、次のようなパラメータ z を導入します。

To find another expression for the elliptic integral, expressed in equation (1-73), we introduce the parameter z such that

$$z = \operatorname{sn}(u, k) = \sin \phi \quad (1-91)$$

従って、 Therefore,

$$\begin{aligned} \frac{dz}{du} &= \cos \phi \frac{d\phi}{du} = \operatorname{cn}(u, k) \operatorname{dn}(u, k) \\ &= [1 - \operatorname{sn}^2(u, k)]^{1/2} [1 - k^2 \operatorname{sn}^2(u, k)]^{1/2} \\ &= [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{1/2} \end{aligned}$$

上式より、 From the above formula,

$$du = [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{-1/2} dz \quad (1-92)$$

(1-92) を z_1 から z_2 まで積分することを考えると、これは (1-91) から $\sin \phi_1$ から $\sin \phi_2$ まで積分することと同じです。従って、

Considering the integration of equation (1-92) from z_1 to z_2 , this is equivalent to integrating from $\sin \phi_1$ to $\sin \phi_2$ from equation (1-91). Therefore,

$$u(\phi_2, k) - u(\phi_1, k) = \int_{\sin \phi_1}^{\sin \phi_2} [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{-1/2} dz \quad (1-93)$$

(1-93) において、 $\phi_2 = \phi$, $\phi_1 = 0$ を選択すると、
In equation (1-93), if $\phi_2 = \phi$, $\phi_1 = 0$ is selected,

$$u(\phi, k) = \int_0^{\sin \phi} [(1 - z^2)(1 - k^2 z^2)]^{-1/2} dz \quad (1-94)$$

が得られ、これが楕円積分のもう一つの表現です。

is obtained, which is another representation of the elliptic integral.

この式は (1-92) の解である z を見つけるのに適用されます。解は $z = sn(u, k)$ です。

This equation is applied to find z , the solution to (1-92). The solution is $z = sn(u, k)$.

また、Also,

$$z = sn(au + b, k) \quad (1-95)$$

は次式の解です。is the solution of the following equation

$$adu = \left[(1 - z^2)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-96)$$

式 (1-94) はまた、完全楕円積分のもう一つの表現を与えるために使われます。 $\phi = \pi/2$ と設定して、

Equation (1-94) is also used to give another expression for the full elliptic integral, set as $\phi = \pi/2$,

$$K(k) = u\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^1 \left[(1 - z^2)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-97)$$

また、完全楕円積分の補数 K' を同様にして求めることができます。

The complement K' of the complete elliptic integral can also be obtained in the same way.

$$K'(k) = u\left(\frac{\pi}{2}, k'\right) = \int_0^1 \left[(1 - z^2)(1 - k'^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-98)$$

式 (1-98) は、次式のように表現することも出来ます。

Equation (1-98) can also be expressed as

$$K'(k) = \int_1^{1/k} \left[(z^2 - 1)(1 - k^2 z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-99)$$

楕円関数と $R_m(x, L)$ Elliptic functions and $R_m(x, L)$

$R_m(x, L)$ は (1-72) で以下のように示されています。

$R_m(x, L)$ is shown in equation (1-72) as follows

$$\begin{aligned} du &= \left[(1-x^2)(x_L^2-x^2) \right]^{-1/2} dx \\ &= C \left[(1-R_m^2)(L^2-R_m^2) \right]^{-1/2} dR_m \end{aligned} \quad (1-72)$$

どちらの方程式も次のように書き直すことができます。

Both equations can be rewritten as

$$du = \frac{1}{a} \left[(1-z^2)(1-k^2z^2) \right]^{-1/2} dz \quad (1-100)$$

例えば、先の式では、変数 $x = z$, $k = 1/x_L$, $a = x_L$ とすると、式 (1-95), (1-96) より、(1-100) の解は

For example, in the previous equation, with variable $x = z$, $k = 1/x_L$, $a = x_L$, from equations (1-95) and (1-96), the solution of (1-100) becomes

$$z = sn(au + b, k) \quad (1-101)$$

となります。この結果を (1-72) に適応すると、

Adapting this result to equation (1-72), we get,

$$x = sn(x_L u + b_1, x_L^{-1}) \quad , \quad R_m(x, L) = sn\left(\frac{L}{C} u + b_2, L^{-1}\right) \quad (1-102)$$

ここで、 $b_1 = 0$ とすると、これは $u = 0$ のとき $x = 0$ を意味します。しかし、同時に次が成り立ちます。

where $b_1 = 0$, this implies $x = 0$ when $u = 0$. However, at the same time, the following holds.

$$R_m(x=0, L) = \begin{cases} 0 & m = 2n+1 \\ (-1)^{m/2} & m = 2n \end{cases}$$

$$= sn(b_2, L^{-1})$$

さらに、上式から Furthermore, from the above equation

$$b_2 = \begin{cases} 0 & m = 2n+1 \\ (-1)^{m/2} K(L^{-1}) & m = 2n \end{cases} \quad (1-103)$$

(1-102), (1-103) から $R_m(x, L)$ は次のように表わせます。

From equations (1-102) and (1-103), $R_m(x, L)$ can be expressed as

$$R_m(x, L) = \begin{cases} sn\left(\frac{L}{C}u, L^{-1}\right) & m = 2n+1 \\ sn\left[\frac{L}{C}u + (-1)^{m/2} K(L^{-1}), L^{-1}\right] & m = 2n \end{cases} \quad (1-104)$$

ここに、 u は次の方程式の解です。 where is the solution of the following equation

$$x = sn(x_L u, x_L^{-1}) \quad (1-105)$$

(1-104) はチェビシェフ有理関数を楕円関数で表わしたのですが、変数 x に陽に依存していないため不便な形となっています。次は、 x の陽な関数として $R_m(x, L)$ を表わしてみます。

Equation (1-104) represents the Chebyshev rational function as an elliptic function, but in an inconvenient form because it does not depend explicitly on the variable x . Next, let us express $R_m(x, L)$ as an explicit function of x .

Rm(x, L)に対する周期長方形

Periodic rectangle for Rm(x, L)

説明はmが奇数の場合を主に進めますが、偶数の場合も同様に考えることが出来ますので、結果のみを紹介します。(1-104), (1-105)において、 $R_m(x, L)$ は周期関数です。

The explanation will proceed mainly for the case where m is odd, but the even case can be considered as well, so only the results will be presented. In equations (1-104) and (1-105), $R_m(x, L)$ is a periodic function.

$R_m(x, L)$ を Lu/C の関数としてプロットすると、実数周期 $4K(L^{-1})$ を持ちます。ここに、 $K(L^{-1})$ は $k = L^{-1}$ に対する完全楕円積分です。

Plotting $R_m(x, L)$ as a function of Lu/C , it has real period $4K(L^{-1})$. where $K(L^{-1})$ is the full elliptic integral over $k = L^{-1}$.

しかし、 $R_m(x, L)$ を u の関数として考えるほうが好都合です。このとき u に対する実数周期は $4(C/L)K(L^{-1})$ となります。

However, it is more convenient to consider $R_m(x, L)$ as a function of u . In this case, the real period for u is $4(C/L)K(L^{-1})$.

同様に、虚数周期は $2(C/L)K'(L^{-1})$ となります。これらの事実から $R_m(x, L)$ に対する周期長方形が図1-7の様に求められます。

Similarly, the imaginary period is $2(C/L)K'(L^{-1})$. From these facts, the periodic rectangle for $R_m(x, L)$ can be obtained as shown in Figure 1-7.

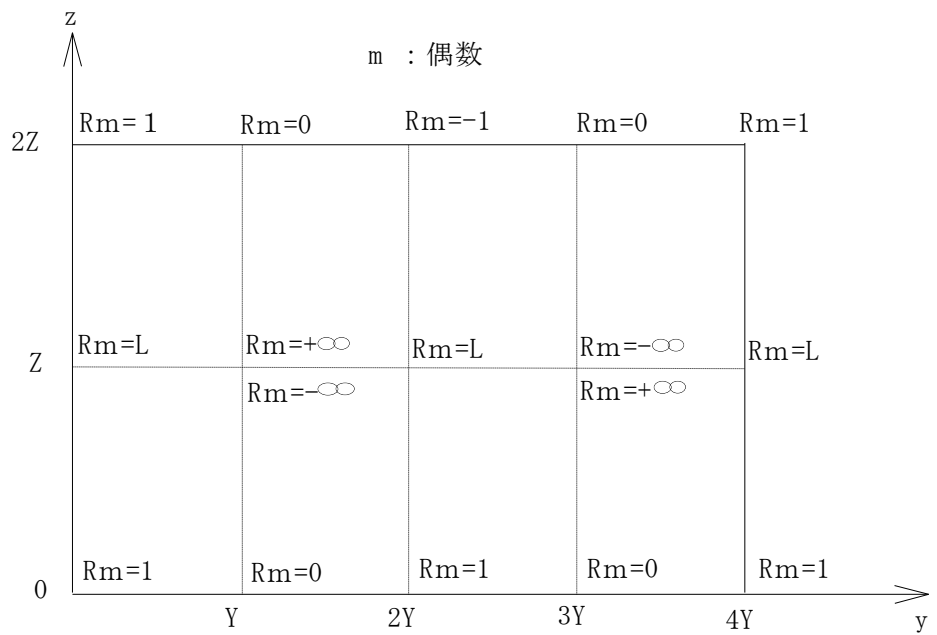
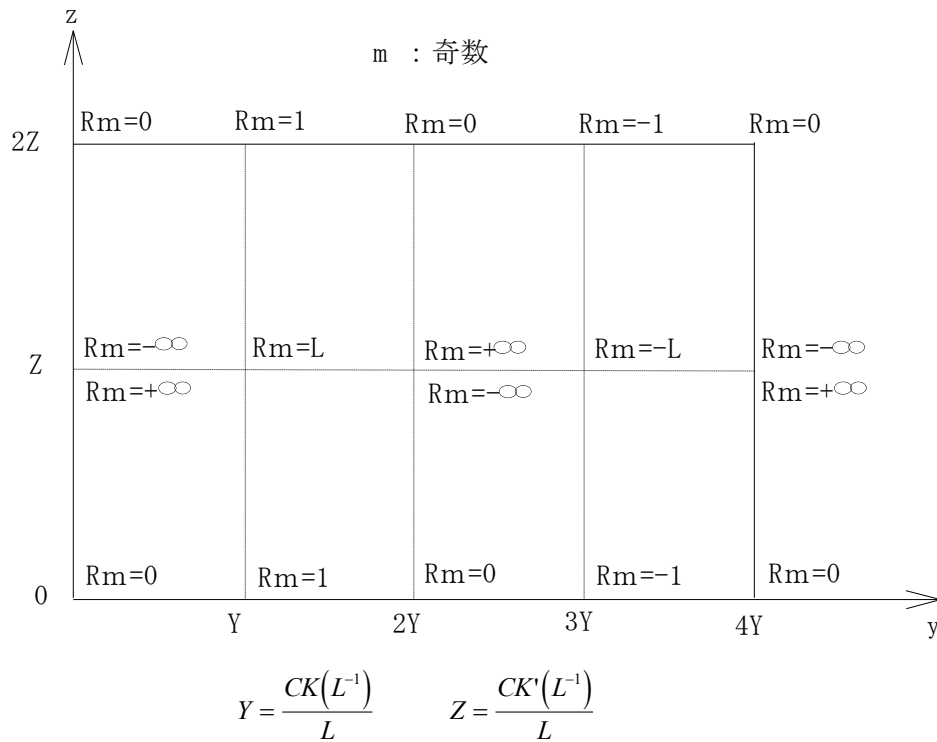


図 1-7 チェビシェフ有理関数に対する周期長方形

Figure 1-7 Periodic rectangle for Chebyshev rational function

上図は $m = 4, 8, 12, \dots$ に対する周期長方形で、 $m = 2, 6, 10, \dots$ に対しては、 $y = 2Y$ だけシフトする必要があります。

The above is a periodic rectangle for $m = 4, 8, 12, \dots$, which needs to be shifted by $y = 2Y$ for $m = 2, 6, 10, \dots$.

図 1-7 は u の関数として $R_m(x, L)$ を表わしています。これを x の関数として表わすためには、 x に対する周期長方形が必要です。これは、(1-105) から実数周期は $4K(x_L^{-1})/x_L$ であり、虚数周期は $2K'(x_L^{-1})/x_L$ であることが分かります。従って、 x に対する周期長方形は図 1-8 のように求められます。

Figure 1-7 represents $R_m(x, L)$ as a function of u . To express this as a function of x , we need a periodic rectangle for x . It can be seen from equation (1-105) that the real period is $4K(x_L^{-1})/x_L$ and the imaginary period is $2K'(x_L^{-1})/x_L$.

Therefore, the periodic rectangle for x is obtained as shown in Figure 1-8.

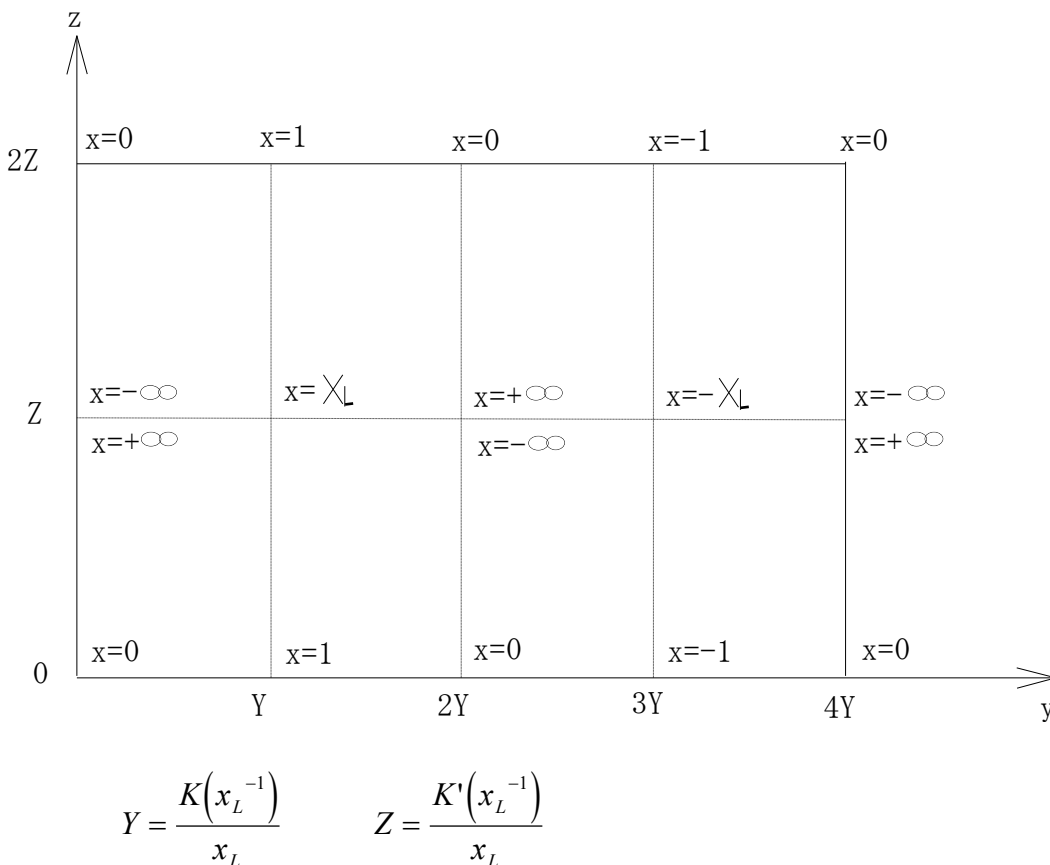


図 1-8 「周波数」変数 x に対する周期長方形

Figure 1-8 Periodic rectangle for "frequency" variable X

図 1-7 と図 1-8 の周期長方形はお互いに無関係ではありません。式 (1-72) から
The periodic rectangles in Figures 1-7 and 1-8 are not unrelated to each other. From
equation (1-72)

$$u(x=1) = \frac{1}{x_L} \int_0^1 \left[(1-x^2) \left(1 - x_L^{-2} x^2 \right) \right]^{-1/2} dx \quad (1-106)$$

しかし、(1-97) から (1-106) は以下の様になります。

However, equations (1-97) through (1-106) are as follows

$$u(x=1) = \frac{K(x_L^{-1})}{x_L} \quad (1-107)$$

x が 0 から 1 まで変化するあいだに、 $R_m(x, L)$ は 0 から 1 または、0 から -1 へ正確に
m 回変化します。従って、式 (1-72) は以下のようになります。

While x changes from 0 to 1, $R_m(x, L)$ changes exactly m times from 0 to 1 or from 0
to -1. Thus, equation (1-72) becomes

$$\begin{aligned} u(x=1) &= \frac{mC}{L} \int_0^1 \left[(1-R_m^2) \left(1 - L^{-2} R_m^2 \right) \right]^{-1/2} dR_m \\ &= \frac{mCK(L^{-1})}{L} \end{aligned} \quad (1-108)$$

(1-107) と (1-108) から、右辺同士が等しいので次式が得られます。

From equations (1-107) and (1-108), the right sides are equal, so the following equation
is obtained.

$$\frac{K(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{mCK(L^{-1})}{L} \quad (1-109)$$

(1-109) はもし図 1-7 と図 1-8 が同じ目盛りで描かれると、 x に対する周期長
方形は $R_m(x, L)$ に対するものよりも、 m 倍広いということを示しています。

Equation (1-109) shows that if Figures 1-7 and 1-8 are drawn on the same scale, the
periodic rectangle for X is m times wider than that for Rm.

長方形の高さも同様に関連しています。その関係は、 x を 1 から x_L まで増加させると見つ
けられます。 $R_m(x, L)$ は 1 から L まで単調に変化します。従って、(1-99) と (1-7
2) から次式が得られます。

The height of the rectangle is similarly related. The relationship is found by increasing
 x from 1 to x_L . $R_m(x, L)$ varies monotonically from 1 to L . Thus, from equations (1-
99) and (1-72) we obtain

$$\frac{K'(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{CK'(L^{-1})}{L} \quad (1-110)$$

この式から、図 1-7 と図 1-8 の長方形は同じ高さであることが分かります。

(1-109) と (1-110) からフィルタの次数 m が求められます。

From this equation, we see that the rectangles in Figures 1-7 and 1-8 have the same
height.

From equations (1-109) and (1-110), the order m of the filter can be found.

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

実際に、 $f_p, attp, f_s, atts$ の条件を満足するフィルタを作成するためには、(1-70) で計
算された m を切り上げた値を m として採用します。ここに、

In fact, to create a filter that satisfies the FP condition, the value of m calculated by (1-
70) and rounded up is adopted as m . Here,

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \quad (1-71)$$

次は、 L を m と x_L の関数として表わす式を求めます。

$x = sn(x_L u, x_L^{-1})$ であれば、 $R_m(x, L)$ は次のように表わすことが出来ます。

Next, we need an expression for L as a function of m and x_L . If $x = sn(x_L u, x_L^{-1})$, then

$R_m(x, L)$ can be expressed as

m が奇数の時、When m is odd,

$$R_m(x, L) = M \prod_{\nu=0}^{m-1} sn \left[x_L u + 2\nu m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-111a)$$

ここに、Here, $M^{-1} = \frac{C x_L}{L} \prod_{\nu=1}^{m-1} sn \left[2\nu m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-112a)$

m が偶数の時、When m is even,

$$R_m(x, L) = M \prod_{\nu=0}^{m-1} sn \left[x_L u + (1+2\nu) m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-111b)$$

ここに、Here, $M^{-1} = (-1)^{m/2} \prod_{\nu=0}^{m-1} sn \left[(1+2\nu) m^{-1} K(x_L^{-1}), x_L^{-1} \right] \quad (1-112b)$

証明 proof

m が偶数の時も同様なので、 m が奇数についてだけ示します。(1-1104) から、

The same is true when m is even, so we show this only for odd numbers of m . From Equation (1-104),

$$R_m(x, L) = sn \left(\frac{L}{C} u, L^{-1} \right) \quad (1-113)$$

ここに、 u は $x = sn(x_L u, x_L^{-1})$ の解です。 $(1-114)$

Here, u is the solution of $x = sn(x_L u, x_L^{-1})$. $(1-114)$

(1-113) は以下の u において零となります。

Equation (1-113) is zero in the following u

$$u = -\frac{2CK(L^{-1})\nu}{L} \dots \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (1-115)$$

(1-109) から、 From equation (1-109),

$$\frac{CK(L^{-1})}{L} = \frac{K(x_L^{-1})}{mx_L}$$

従って、 $R_m(x, L)$ の零は次の位置になります。

Thus, the zero of $R_m(x, L)$ is in the following position

$$u = -\frac{2K(x_L^{-1})}{mx_L} v \quad (1-116)$$

これらの零は、(1-111a) の右辺に適合します。同様に、(1-113) と (1-111a) はどちらも $R_m(x, L)$ が零の上に $CK'(L^{-1})/L$ だけ離れて極を持つことを示しています。(図1-7参照) 従って、(1-111a) で与えられる $R_m(x, L)$ はふさわしい極と零を持ちます。(1-111) と (1-112) は L を求めるのに使われます。 $R_m(x, L)$ に対する周期長方形から、

These zeros fit the right-hand side of (1-111a). Similarly, (1-113) and (1-111a) both show that $R_m(x, L)$ has a pole just $CK'(L^{-1})/L$ away on top of zero. (See Figure 1-7.)

Thus, R_m given by (1-111a) has a suitable pole and zero. (1-111) and (1-112) are used to find L . From the periodic rectangle for $R_m(x, L)$,

$$\begin{aligned} 1 &= R_m(x, L) \Big|_{u=CK(L^{-1})/L} \\ L &= R_m(x, L) \Big|_{u=CK(L^{-1})/L + iCK'(L^{-1})/L} \end{aligned} \quad (1-117)$$

(1-109) と (1-110) を適用して、(1-109) and (1-110) apply,

$$1 = R_m(x, L) \Big|_{u=K(x_L^{-1})/mx_L} \quad (1-118)$$

$$L = R_m(x, L) \Big|_{u=K(x_L^{-1})/mx_L + iK'(x_L^{-1})/x_L}$$

(1-111) と (1-112) からの結果を代入して、 L について解くと、
Substituting the results from (1-111) and (1-112) and solving for L , we get,

$$L^{-1} = \frac{\prod_{\nu=0}^{m-1} sn\left[(1+2\nu)K(x_L^{-1})/m, x_L^{-1}\right]}{\prod_{\nu=0}^{m-1} sn\left[(1+2\nu)K(x_L^{-1})/m + iK'(x_L^{-1}), x_L^{-1}\right]} \quad (1-119)$$

上式は m が奇数でも偶数でも成り立ちます。(1-119) は次式を用いて簡略化出来ます。

The above equation holds whether m is odd or even. (1-119) can be simplified using the following equation

$$sn\left[\frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m} + iK'(x_L^{-1}), x_L^{-1}\right] \quad (1-120)$$

$$= \frac{x_L}{sn\left[(1+2\nu)K(x_L^{-1})/m, x_L^{-1}\right]}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{\nu=0}^{m-1} sn^2\left[\frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1}\right]$$

$sn(2K-u) = sn(u)$ なので、上式はさらに、SN, so the above equation further,

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{\nu=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4\left[\frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1}\right] \quad (1-121)$$

これで、準備が整いましたので次式の形式の $R_m(x, L)$ を求めます。

Now that we are ready, we obtain R_m in the form of the following equation.

$$R_m(x, L) = C \frac{\prod (x + z_i)}{\prod (x + p_i)}$$

$sn(2K - u) = sn(u)$ なので、(1-111) は次のように書き換えられます。

$sn(2K - u) = sn(u)$, so (1-111) can be rewritten as

m が奇数の時 When m is odd

$$R_m(x, L) = M sn(x_L u) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} sn(2vm^{-1}K + x_L u) sn(2vm^{-1}K - x_L u) \quad (1-122a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$R_m(x, L) = M \prod_{v=0}^{(m-1)/2} sn((1+2v)m^{-1}K + x_L u) sn((1+2v)m^{-1}K - x_L u) \quad (1-122b)$$

上式において、 $K = K(x_L)$, $sn(x) = sn(x, x_L)$ と略してあります。以後、同様に用います。また、次式を用いて (1-122a) を書き直します。

In the above formula, it is abbreviated as $K = K(x_L)$, $sn(x) = sn(x, x_L)$. The same will be used hereafter. Also, rewrite (1-122a) using the following formula.

$$sn(u+v)sn(u-v) = \frac{sn^2(u) - sn^2(v)}{1 - k^2 sn^2(u)sn^2(v)} \quad (1-123)$$

$$R_m(x, L) = M sn(x_L u) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{sn^2(2vK/m) - sn^2(x_L u)}{1 - x_L^{-2} sn^2(2vK/m)sn^2(x_L u)} \quad (1-124)$$

(1-124) は (1-114) から、 $x = \text{sn}(x_L u, x_L^{-1})$ を代入すると、

Substituting XSN from (1-114), (1-124) gives

$$R_m(x, L) = Mx \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - \text{sn}^2(2vK/m)}{x^2 x_L^{-2} \text{sn}^2(2vK/m) - 1} \quad (1-125)$$

上式は、 m が奇数についての式ですが、 m が偶数についても同様の式が得られます。それを以下にまとめると、

The above formula is for odd numbers of m , but similar formulas can be obtained for even numbers of m . Summarizing it below:

m が奇数の時 When m is odd

$$R_m(x, L) = C_1 x \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - \text{sn}^2(2vK/m)}{x^2 - [x_L / \text{sn}(2vK/m)]^2} \quad (1-126a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$R_m(x, L) = C_2 \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x^2 - \text{sn}^2[(2v-1)K/m]}{x^2 - \{x_L / \text{sn}[(2v-1)K/m]\}^2} \quad (1-126b)$$

これで、遂に $R_m(x, L)$ をその極と零で表わすことが出来ました。(1-126) から、

$R_m(x, L)$ の零は次のように求められます。

Now we can finally express $R_m(x, L)$ by its poles and zeros. From (1-126), the zero of

$R_m(x, L)$ is obtained as follows.

mが奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$R_m(x, L)$ の極は次式で与えられます。 The poles of R_m are given by

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$R_m(1, L) = 1$ から定数 C_1 、 C_2 が求められます。

Constants C_1 and C_2 are obtained from $R_m(1, L) = 1$.

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$R_m(x, L) = \pm 1$ となるのは、次の位置です。 $R_m(x, L) = \pm 1$ is the next position.

mが奇数の時 When m is odd

$$x = sn \frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m} \quad (1-130a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x = sn \frac{2\nu K(x_L^{-1})}{m} \quad (1-130b)$$

$R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)}$ から、(1-130) の零を x_{ev} と表わすと、 $R_m(x, L) = \pm L$ となるのは、次の位置です。

From $R_m(x, L) = \frac{L}{R_m(x_L/x, L)}$, if we denote the zero of (1-130) as x_{ev} , then

$R_m(x, L) = \pm L$ is the following position.

$$x = \frac{x_L}{x_{ev}} \quad (1-131)$$

(1-54) と (1-126) から m 次の楕円関数ローパスフィルタの伝達関数を求めます。

From (1-54) and (1-126), find the transfer function of the m th-order elliptic function low-pass filter.

$$|H_m(\omega_c, j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

m が奇数の時 When m is odd

$$R_m(x, L) = C_1 x \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2(2vK/m)}{x^2 - [x_L/sn(2vK/m)]^2} \quad (1-126a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$R_m(x, L) = C_2 \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2v-1)K/m]}{x^2 - \{x_L/sn[(2v-1)K/m]\}^2} \quad (1-126b)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1 - x_v^2}{1 - x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

楕円関数ローパスフィルタの伝達関数 $H_m(s) \equiv H_m(\omega_p, s)$ に対して、 $P_m(s) \equiv \frac{1}{H_m(s)}$ を

用いると、

If $P_m(s) \equiv \frac{1}{H_m(s)}$ is used for the transfer function $H_m(s) \equiv H_m(\omega_p, s)$ of an elliptic function low-pass filter,

$$|P_m(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 |R_m(s/j\omega_p, L)|^2 \quad (1-132)$$

また、 $H_m(s)$ を有理関数と考えると、 $P_m(s)$ は次式で表わすことができます。

Also, considering $H_m(s)$ as a rational function, $P_m(s)$ can be expressed as

$$P_m(s) = \frac{E(s)}{Q(s)} \quad (1-133)$$

$$|P_m(s)|^2 = \frac{E(s)E(-s)}{Q(s)Q(-s)} \quad (1-134)$$

(1-132) に (1-126) を代入すると、(m が奇数について)

Substituting (1-126) for (1-132), we get (for odd numbers where m is odd)

$$|P_m(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{\left\{ s^2 + [\omega_p \operatorname{sn}(2\nu K/m)]^2 \right\}^2}{\left\{ s^2 + [x_L \omega_p / \operatorname{sn}(2\nu K/m)]^2 \right\}^2}$$

(1-127) を代入すると、
Substituting (1-127), we get,

$$|P_m(s)|^2 = 1 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\left[s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2}{\left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-135)$$

(1-135) を通分すると、
Combining the denominators in equation (1-135),

$$|P_m(s)|^2 = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right]^2} \quad (1-136)$$

(1-134) と (1-136) を比較して、分母、分子がそれぞれ等しいとすると、
まず、求められるのは

Compare (1-134) and (1-136) and assume that the denominator and numerator are equal,
respectively, First, we can find

$$Q(s) = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right] \quad (1-137)$$

次に、Next,

$$E(s) = C_H (s + \sigma) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} (s^2 + p_v s + q_v) \quad (1-138)$$

とすると、Then,

$$E(s)E(-s) = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \quad (1-139)$$

(1-139) と (1-136) の分子が等しいと考えられます。従って、(1-139) と (1-136) の分子をそれぞれ s の多項式として表わし、同じ次数の係数が等しいとして、 C_H , σ , p_v , q_v を求めると $E(s)$ が求められます。従って、

The numerators of (1-139) and (1-136) are considered equal. Therefore, if we express the numerators of (1-139) and (1-136) as polynomials of S , respectively, and assume that the coefficients of the same degree are equal, we can find $E(s)$ by finding C_H , σ , p_v , q_v . Therefore,

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{\sqrt{(m-1)/2} C_H \sigma ([s^2 + p_v s + q_v])} \quad (1-140)$$

次に、Next,

mが偶数の時 When m is even

$$E(s) = C_H \prod_{v=1}^{m/2} (s^2 + p_v s + q_v) \quad (1-141)$$

とすると、Then,

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{\sqrt{m/2} C_H ([s^2 + p_v s + q_v])} \quad (1-142)$$

$$|P_m(s)|^2 = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_{z_v} \omega_p)^2]^2}{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]^2} \quad (1-143)$$

例 Example

$m = 2$ の場合 For $m=2$

$$x_{z1} = sn(K/2)$$

$$x_1 = x_L / x_{z1} = x_L / sn(K/2)$$

$$C_2 = \frac{1 - x_1^2}{1 - x_{z1}^2}$$

$$E(s) = C_H(s^2 + p_1s + q_1) \text{ とすると、 Assuming } E(s) = C_H(s^2 + p_1s + q_1),$$

$$Q(s) = s^2 + (x_1\omega_p)^2$$

$$\begin{aligned} E(s)E(-s) &= C_H^2[s^4 + (2q_1 - p_1^2)s + q_1^2] \\ &= [s^2 + (x_1\omega_p)^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 [s^2 + (x_{z1}\omega_p)^2]^2 \\ &= (1 + \varepsilon^2 C_2^2) \left[s^4 + 2\omega_p^2 \frac{x_1^2 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^2}{1 + \varepsilon^2 C_2^2} s^2 + \omega_p^4 \frac{x_1^4 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^4}{1 + \varepsilon^2 C_2^2} \right] \end{aligned}$$

従って、Therefore,

$$C_H = \sqrt{1 + \varepsilon^2 C_2^2}$$

$$q_1 = (\omega_p^2 / C_H) \sqrt{x_1^4 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^4}$$

$$p_1 = \sqrt{2 \left[q_1 - \left(\frac{\omega_p}{C_H} \right)^2 (x_1^2 + \varepsilon^2 C_2^2 x_{z1}^2) \right]}$$

最終的な、伝達関数は次のようになります。 The final transfer function is as follows

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{Q(s)}{E(s)} = \frac{s^2 + (x_1\omega_p)^2}{C_H(s^2 + p_1s + q_1)}$$

$m = 2$ の例では、比較的簡単に C_H , p_1 , q_1 が求められましたが、一般的にはベアストウ法を利用したプログラムによって係数を求めます。

In the $m = 2$ example, the C_H , p_1 , q_1 was obtained relatively easily, but in general, the coefficients are obtained by a program that uses the Bairstow method.

1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

1-14 Summary of Transfer Functions for Elliptic Function Low Pass Filters

楕円関数ローパスフィルタの次数 m (未知), カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、

Elliptic function low-pass filter order m (unknown), cutoff frequency f_p , ripple $att_p(\text{db})$ in the passband, and minimum attenuation $atts(\text{db})$ at frequency f_s ,

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$\text{As } x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k),$$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

切り上げ rounded up

この時、At this time,

m が奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{((m-1)/2) \sqrt{C_H} \sigma ([s^2 + p_\nu s + q_\nu])} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_ν , q_ν shall satisfy the following equation

1-14 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

例 Example

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_{z_v}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_v \omega_p)^2)}{\sqrt[m/2]{C_H} ([s^2 + p_v s + q_v])} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_{z_v}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

次数の決定方法

How to determine the order

カットオフ周波数 $f_c = f_p$ (Hz) と減衰量 a_p (dB) および、周波数 f_s (Hz) と減衰量 a_s (dB) を与えて、周波数 f_s (Hz) における減衰量が a_s (dB) 以上となるフィルタの次数 m を求める。

Given the cutoff frequency $f_c = f_p$ (Hz) and the attenuation a_p (dB), and the frequency f_s (Hz) and the attenuation a_s (dB), find the order m of the filter for which the attenuation at the frequency f_s (Hz) is greater than a_s (dB).

注意 : Note:

ゲイン a_s は 0dB 以下の負の数値だが、 a_s を減衰量と呼ぶ時は正の数値と考える。

「1-13 楕円関数ローパスフィルタ (連立チェビシェフローパスフィルタ) の設計」の式 (1-57) では、 att_p と $atts$ は減衰量と考えて、負号「-」を付けていない。

Gain a_s is a negative number below 0 dB, but when a_s is called attenuation, it is considered a positive number.

In equation (1-57) in "1-13 Designing an Elliptic Function Low-pass Filter (Coupled Chebyshe Flow-pass Filter)," att_p and $atts$ are considered to be attenuation and the negative sign "-" is not added.

m 次の楕円関数ローパスフィルタの振幅自乗特性は次の式で定義されています。

The amplitude square characteristic of an m th-order elliptic function low-pass filter is defined by the following equation

$$|H_m(\omega_c, j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 R_m^2(\omega/\omega_c, L)} \quad (1-54)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \quad (1-56)$$

$$atts = 10 \log(1 + \varepsilon^2 L^2) \quad (1-57)$$

$$\therefore L = \sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \quad (1-57)$$

ヤコビの楕円関数と楕円積分を用いて、与えられたパラメータと次数の関係を整理します。

$k = 1/x_L$ として、

Using Jacobi's elliptic functions and elliptic integrals, we organize the relationship between a given parameter and its order. As $k = 1/x_L$,

$m = 2n$ (偶数) When m is even

$$R_m(x, L) = C_1 \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x^2 - sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[(2\nu-1)K/m, k]\}^2} \quad (1-66)$$

$m = 2n+1$ (奇数) When m is odd

$$R_m(x, L) = C_2 x \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x^2 - sn^2[2\nu K/m, k]}{x^2 - \{x_L/sn[2\nu K/m, k]\}^2} \quad (1-67)$$

上式において、In the above equation,

$$C_1 = L^{1/2} \prod_{i=1}^{m/2} \frac{x_L}{sn^2[(2\nu-1)K/m, k]}$$

$$C_2 = \left(\frac{L}{x_L}\right)^{1/2} \prod_{i=1}^{(m-1)/2} \frac{x_L}{sn^2[2\nu K/m, k]} \quad (1-68)$$

これらの式において楕円正弦関数のモジュール k は $k = 1/x_L$ で表わされ、この値は K にも影響を与えます。この K は k に対する完全楕円積分として知られています。

In these equations, the module k of the elliptic sine function is represented by $k = 1/x_L$, which also affects K . This K is known as the complete elliptic integral over k .

$$K = K(k) = K(x_L^{-1}) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}} dx$$

$$k' = \sqrt{1-k^2} \quad (1-69)$$

$$K' = K'(k) = K(k') = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k'^2 \sin^2 x}} dx$$

$$x_L = f_s / f_p$$

$$L = \sqrt{\frac{10^{att_s/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}} \quad (1-71)$$

$$\frac{K(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{mCK(L^{-1})}{L} \quad (1-109)$$

$$\frac{K'(x_L^{-1})}{x_L} = \frac{CK'(L^{-1})}{L} \quad (1-110)$$

式 (1-109) と (1-110) より、式 (1-70) が得られる。

From equations (1-109) and (1-110), equation (1-70) is obtained.

$$m = \frac{K(x_L^{-1})K'(L^{-1})}{K'(x_L^{-1})K(L^{-1})} \quad (1-70)$$

小数点以下切り上げ rounding up

フィルタの次数は整数なので m の小数部を切り上げて、ローパスフィルタの次数を決定する。

Since the order of the filter is an integer, the decimal part of m is rounded up to determine the order of the low-pass filter.

m を切り上げることで、周波数 f_s (Hz) における減衰量が a_s (dB) 以上となる。

By rounding up m , the attenuation at frequency f_s (Hz) is greater than or equal to a_s (dB).

プログラムによって伝達関数を求める例

Example of obtaining transfer function by program

次のプログラムでは (1-137), (1-138), (1-141) を次のように変形して w_v , C_H , σ , ZF_v , ZQ_v を求めています。

The following program transforms (1-137), (1-138), and (1-141) to obtain w_v , C_H , σ , ZF_v , ZQ_v as follows

mが奇数の時 When m is odd

$$w_v = 2\pi f_p(1/k) / \operatorname{sn}(2\nu K/m, k) \quad (1-144)$$

$$Q(s) = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} (s^2 + w_v^2) \quad (1-145)$$

$$E(s) = C_H(s + \sigma) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + \frac{2\pi ZF_v}{ZQ_v} s + (2\pi ZF_v)^2 \right] \quad (1-146)$$

mが偶数の時 When m is even

$$w_v = 2\pi f_p(1/k) / \operatorname{sn}[(2\nu-1)K/m, k] \quad (1-147)$$

$$Q(s) = \prod_{v=1}^{m/2} (s^2 + w_v^2) \quad (1-148)$$

$$E(s) = C_H \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + \frac{2\pi ZF_v}{ZQ_v} s + (2\pi ZF_v)^2 \right] \quad (1-149)$$

従って、元の表記で表わすと、

Thus, expressed in the original notation, the following equation is obtained.

$$p_v = \frac{2\pi ZF_v}{ZQ_v}, \quad q_v = (2\pi ZF_v)^2 \quad (1-150)$$

```
#define MAX 210
```

```
double g,p1,q1,r1,tm,f0,fd,fd0,fs,
       fpp,attp,fss,atts,w0,ep=1e-10;
double pi = M_PI;
double h,k,kd,kb,u,ks,kds;
double DK,kk,kk1,fdd;
double ee,e,tp,a,sigma,ch;
double aa[MAX],pp[MAX];
double ff[MAX],z[MAX],w[MAX],cc[MAX],dd[MAX],bb[MAX];
double s[MAX],qq[MAX],zw[MAX],zf[MAX],zq[MAX];
int odd,nin,n,m,em,rr,tt;
```

```
double intg(double k) /* 完全楕円積分  $K(k)$  を計算する */
{
    /* Compute the complete elliptic integral */
    double a,b,c,d;
    int i;
    a = 1.0;
    b = sqrt(1-k*k);
    for(i=0;i<50;i++){
        c = (a+b)/2.0;
        d = sqrt(a*b);
        if((c-b) < c*ep) break;
        a = c;
        b = d;
    }
    a = c;
    return (pi/2.0/a);
}
```

／＊ 楕円正弦関数 $sn(u, k)$ を計算する ＊／

/* Calculate the elliptic sine function $sn(u, k)$ N */

```
double sn(double    u, double    k)
{
double sn, q, v, w0;
int    j;
    q = exp(-pi*kk1/kk);
    v = pi/2.0*u/kk;
    sn = 0.0;
    for(j=0; j<50; j++){
        w0 = pow(q, j+.5);
        sn += w0*sin((2.0*j+1.0)*v)/(1-w0*w0);
        if(w0 < ep)    break;
    }
    return ( sn*2.0*pi/k/kk );
}

void    cal_prod(int    sn)
{
int    i, j;
    bb[0] = s[1];    bb[1] = 1.0;    j = 1;
loop_prod:
    j++;
    aa[0] = s[j]*bb[0];
    for(i=1; i<=j-1; i++)    aa[i] = bb[i-1]+s[j]*bb[i];
    for(i=0; i<=j-1; i++)    bb[i] = aa[i];
    bb[j] = 1.0;
    if(j<sn) goto    loop_prod;
}
```



```

／＊ f0における減衰量を計算する ＊／
/* Calculate the attenuation at f0 */.
void cal_loss(double f0)
{
    int i;
    double w0,ww,bf1,bf2,bf3;
    w0 = tp*f0;    ww = w0*w0;  a = kk;
    for(i=1;i<=m/2;i++){
        bf1 = pow(zw[i],2.0);  bf2 = pow(ww-bf1,2.0);
        bf3 = pow(w0*zw[i]/zq[i],2.0);
        a += 10.0*log10(bf2+bf3);
    }
    for(i=1;i<=n;i++){
        bf1 = pow(w[i],2.0);    bf2 = pow(ww-bf1,2.0);
        a -= 10.0*log10(bf2);
    }
    if(m>em)    a += 10.0*log10(ww+pow(sigma,2.0));
}

／＊ バーストウ法により、2次式と1次式の因子の係数を計算する ＊／
/* Calculate the coefficients of the quadratic and linear factors by the
Bairstow method */
void cal_p_q()
{
    int i,i1,x1,x2,x3;
    double p,q,x4,ddp,dq;
    for(i=1;i<=tt;i++)    aa[i] /= aa[0];
    aa[0] = bb[0] = cc[0] = 1.0;    i1 = 0;
loop_p_q2:
    p = q = 0.0;    i1++;
loop_p_q1:
    bb[1] = aa[1] - p;    cc[1] = bb[1] - p;
    for(i=2;i<=tt;i++)    bb[i] = aa[i] - p*bb[i-1]-q*bb[i-2];
    for(i=2;i<=tt-1;i++)    cc[i] = bb[i] - p*cc[i-1]-q*cc[i-2];
    x1 = tt-1;    x2 = tt-2;    x3 = tt-3;
    x4 = pow(cc[x2],2.0)+cc[x3]*(bb[x1]-cc[x1]);
}

```

```

    if(x4 == 0.0)    x4 = 0.001;
    ddp = (bb[x1]*cc[x2]-bb[tt]*cc[x3])/x4; p += ddp;
    dq = (bb[tt]*cc[x2]-bb[x1]*(cc[x1]-bb[x1]))/x4; q += dq;
    if(fabs(ddp)+fabs(dq)>1e-6)    goto    loop_p_q1;
    pp[i1] = p;    qq[i1] = q;    aa[1] -= p;    tt -= 2;
    for(i=2;i<=tt;i++)    aa[i] -= (p*aa[i-1]+q*aa[i-2]);
    if(tt>2) goto    loop_p_q2;
    if(tt == 2)    {
        i1++;    pp[i1] = aa[1]; qq[i1] = aa[2];
    }
    if(tt == 1)    a = -aa[1];
}

```

／＊ $Q^2(s)$ の各次数の係数を計算する ＊／

/* Calculate the coefficients for each order of A */.

```

void    cal_qz()
{
    int    i;
    double d;
    for(i=1;i<=nin;i++)    s[i] = -1;
    for(i=nin+1;i<=nin+n;i++)    s[i] = -pow(z[i-nin],2.0);
    for(i=nin+n+1;i<=nin+2*n;i++)    s[i] = s[i-n];    cal_prod(m);
    d = pow(-1,nin);
    for(i=0;i<=2*m;i += 2) dd[i] = d*bb[i/2];
}

```

／＊ $\varepsilon^2 C^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^{2nin} \prod_v \left[s^2 + (x_{zv} \omega_p)^2 \right]^2$ の各次数の係数を計算する ＊／

/* Calculate the coefficients for each order of E */

```
void cal_fz2(int i)
{
    int j,ji,jf;
    if(i<em+2) {
        ji = 0; jf = i;
    }
    if(i>em) {
        ji = i-em; jf = em;
    }
    cc[i] = 0;
    for(j=ji;j<=jf;j += 2) cc[i] += aa[j]*aa[i-j];
}

void cal_fz0
{
    int i;
    for(i=1;i<=nin;i++) s[i] = 1;
    for(i=nin+1;i<=nin+n;i++) s[i] = z[i-nin];
    for(i=nin+n+1;i<=nin+2*n;i++) s[i] = z[i-nin-n];
    i--;
    cal_prod(i);
    for(i=0;i<=em;i += 2) aa[i] = e*bb[i];
    for(i=0;i<=2*em;i += 2) cal_fz2(i);
}
```

／＊ $E(s)$ を計算する、メインプログラム (j はフィルタの次数)

k は f_p/f_s の値, fd0 はカットオフ周波数 f_p

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{C_H \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad \text{において、}$$

$$p_v = ZW[i]/ZQ[i], \quad q_v = \{ZW[i]\}^2, \quad x_v \omega_p = W[i] \quad */$$

/* Calculate E, main program (j is the order of the filter)

k is the value of f_p/f_s , fd0 is the cutoff frequency f_p

$$\text{In } H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{C_H \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + p_v s + q_v]},$$

$$p_v = ZW[i]/ZQ[i], \quad q_v = \{ZW[i]\}^2, \quad x_v \omega_p = W[i] \quad */$$

void zero_find(int j)

{

int i;

double d;

for(i=0;i<MAX;i++){

aa[i] = 0.0; bb[i] = 0.0; cc[i] = 0.0; dd[i] = 0.0;

pp[i] = 0.0; s[i] = 0.0; z[i] = 0.0; w[i] = 0.0;

zf[i] = 0.0; zq[i] = 0.0; qq[i] = 0.0; zw[i] = 0.0;

}

kd = sqrt(1.0-k*k);

ee = pow(10.0,0.1*attp)-1.0;

／＊ ε^2 ＊／

e = sqrt(ee);

／＊ ε ＊／

kk = intg(k);

／＊ $kk = K(k)$ ＊／

kk1 = intg(kd);

／＊ $kk1 = K'(k)$ ＊／

if(odd){

for(i=1;i<=(j-1)/2;i++) ff[i]=1/k/sn(kk*i*2/j,k)*fd0;

```

    }
    else
        for(i=1;i<=j/2;i++)    ff[i]=1/k/sn(kk*(i*2-1)/j,k)*fd0;
    fdd = fd0*fd0;
    n = j/2;
    nin = (j - (j/2)*2);
    m = nin + 2*n;
    em = 2*(m/2);
    tp = 2.0*pi;
    kk = 0.0;    rr = 0;
    tt = m;
    for(i=1;i<=n;i++){
        z[i] = sqrt(1.0-fdd/ff[i]/ff[i]);
        w[i] = tp * ff[i];
    }
    cal_fz();
    cal_qz();
    if(m>em)    cc[2*m] = 0;
    for(i=0;i<=2*m;i += 2) aa[m-i/2] = cc[i]+dd[i];
    cal_p_q();
loop_zf:
    rr++;    d = 1.0+pp[rr]+qq[rr];
    bb[rr] = (1.0+pp[rr]/2.0)*fdd/d;
    zf[rr] = fd0/pow(d,0.25);
    zq[rr] = 1/sqrt(2.0*(1-bb[rr]/pow(zf[rr],2.0)));
    zw[rr] = tp*zf[rr];
    if(rr<em/2)    goto    loop_zf;
    if(m>em)    sigma = sqrt(fdd/(a-1.0))*tp;
    cal_loss(fd0);
    kk = attp - a;
    ch = pow(10.0,0.05*kk);
}

```

1-15 与えられた次数による楕円関数ローパスフィルタの設計

1-14までで、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $a_{t p}$ (db)、周波数 f_s において最低減衰量 $a_{t s}$ (db) を確保する楕円関数ローパスフィルタの設計が可能になりました。ここでは、フィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $a_{t p}$ (db)、最低減衰量に達する周波数 f_s を与えて楕円関数ローパスフィルタを設計する方法を紹介します。

Up to 1-14, it is now possible to design an elliptic function low-pass filter that ensures a cutoff frequency f_p , a ripple $a_{t p}$ (db) in the passband, and a minimum attenuation $a_{t s}$ (db) at frequency f_s . Here is how to design an elliptic function low-pass filter, given the filter order m , the cutoff frequency f_p , the passband ripple $a_{t p}$ (db), and the frequency at which the lowest attenuation is reached f_s .

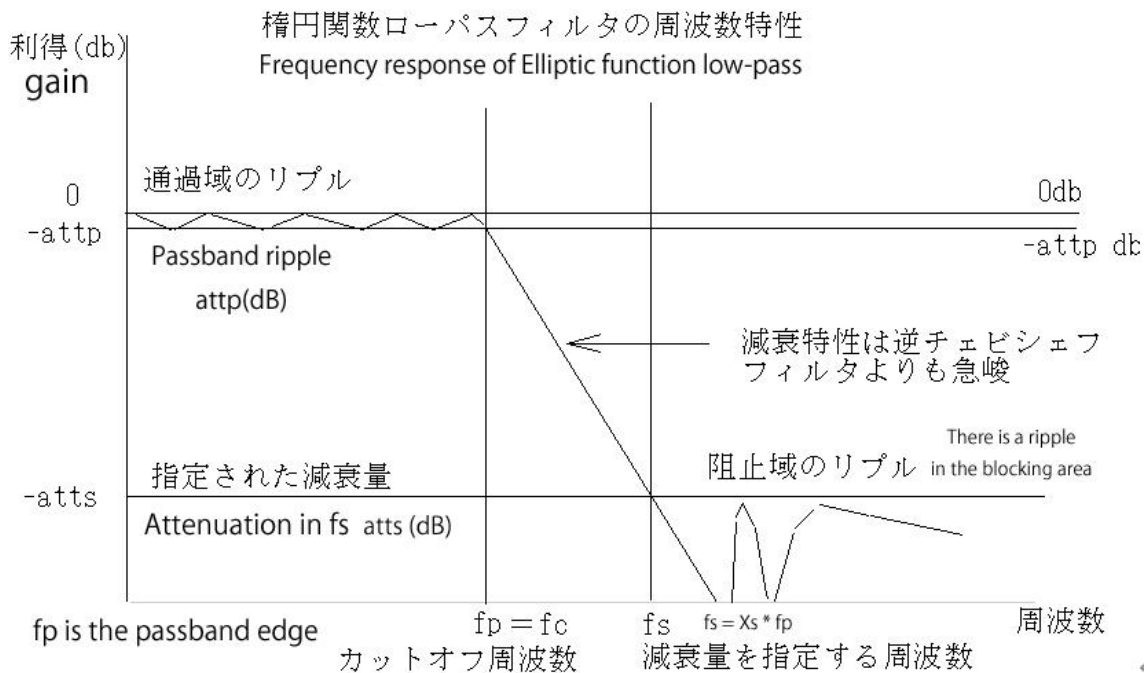


図 1-4 楕円関数ローパスフィルタの周波数特性

Figure 1-4 Frequency response of elliptic function low-pass filter

$$x_L = f_s / f_p = 1/k, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{\nu=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[\frac{(1+2\nu)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (1-121)$$

$$atts = 10 \log[1 + \varepsilon^2 L^2] \quad (1-151)$$

により、最低減衰量を確認し、これが要求にあうかどうかを確認します。よければ、次式によって詳細設計を続けます。

to check the minimum damping and see if this meets your requirements. If yes, continue with the detailed design according to the following equation

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_{\nu}^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_{\nu}^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_{\nu} \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_{\nu} s + q_{\nu}]} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_{ν} , q_{ν} は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_{ν} , q_{ν} shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{\nu}^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2] \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{(s^2 + (x_{\nu} \omega_p)^2)}{m/2 \sqrt{C_H} [s^2 + p_{\nu} s + q_{\nu}]} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_{ν} , q_{ν} は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_{ν} , q_{ν} shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{\nu}^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_{\nu} - p_{\nu}^2) s^2 + q_{\nu}^2] \end{aligned}$$

アクティブフィルタの設計と合成

第2章 ローパスフィルタの合成

Chapter 2 Synthesizing Low Pass Filters

2-1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式

2-1 Types of Low-pass Filters and Basic Circuit Forms

- | | |
|--------------------|--------------------------------------|
| a. バターワースローパスフィルタ | a. Butterworth low-pass filter |
| b. チェビシェフローパスフィルタ | b. Chebyshe flow-pass filter |
| c. 逆チェビシェフローパスフィルタ | c. Inverse Chebyshe flow-pass filter |
| d. 楕円関数ローパスフィルタ | d. Elliptic function low-pass filter |

1 次のローパスフィルタ基本回路 First-order low-pass filter basic circuit

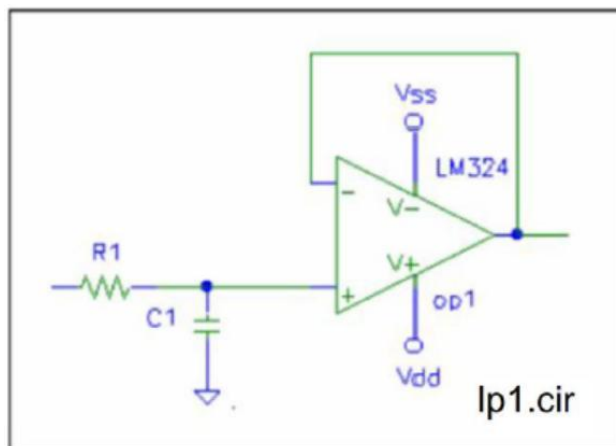


図 2-1 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1.cir

Figure 2-1 First-order low-pass filter basic circuit lp1.cir

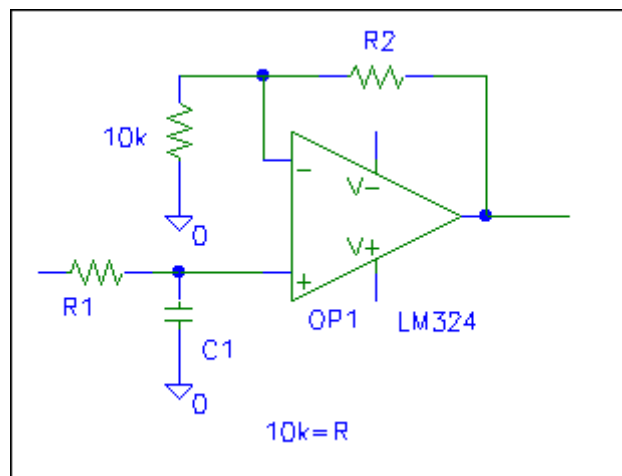


図 2-2 1 次のローパスフィルタ基本回路 1 lp1_2.cir

Figure 2-2 First order low pass filter basic circuit 1 lp1_2.cir

lp1.cir の伝達関数 Transfer function of lp1.cir

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-1)$$

フィルタの合成では lp1.cir を使用します。 Use lp1.cir for filter synthesis.

lp1__2.cir の伝達関数 Transfer function of lp1__2.cir

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{\frac{R+R_2}{R} (1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (2-2)$$

2 次のローパスフィルタ基本回路 Second-order low-pass filter basic circuit

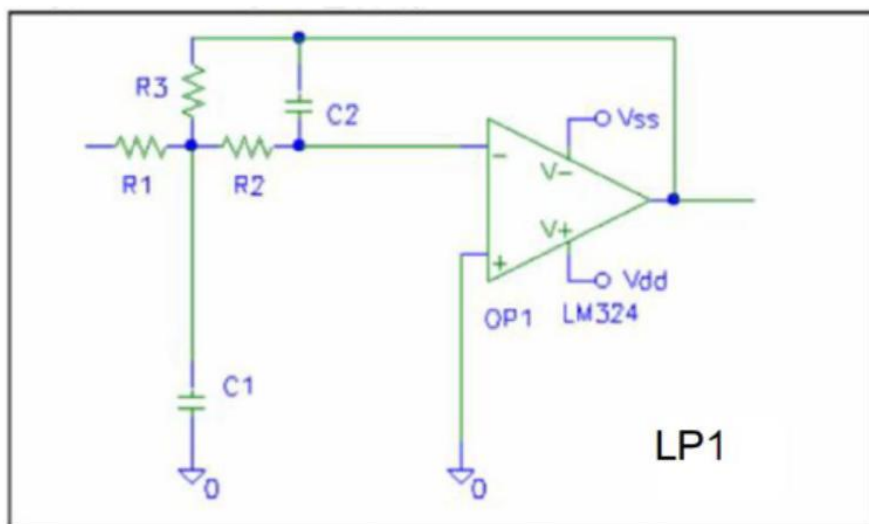


図2-3 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpat1_2.cir

Figure 2-3 Second-order low-pass filter basic circuit lpat1_2.cir

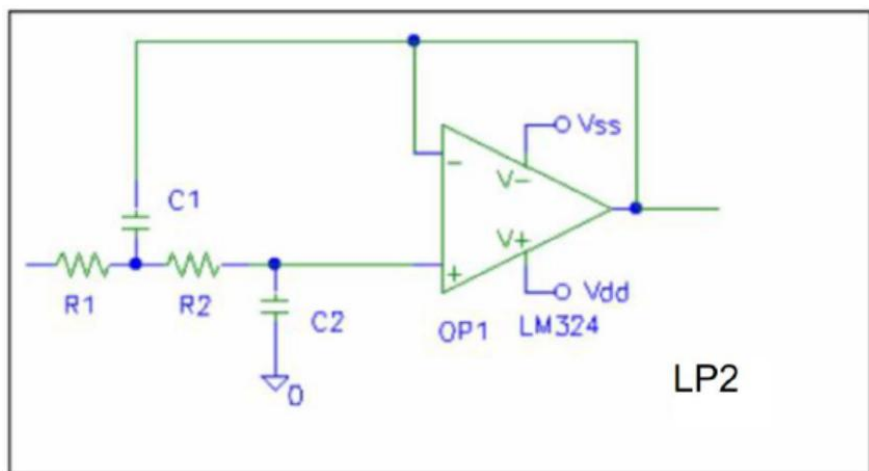


図2-4 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpat2_2.cir

Figure 2-4 Second-order low-pass filter basic circuit lpat2_2.cir

2-1 ローパスフィルタの種類と基本回路形式

l p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of lpat1_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)} \quad (2-3)$$

l p a t 2 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of lpat2_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (2-4)$$

2 次のローパスフィルタ基本回路 Second-order low-pass filter basic circuit

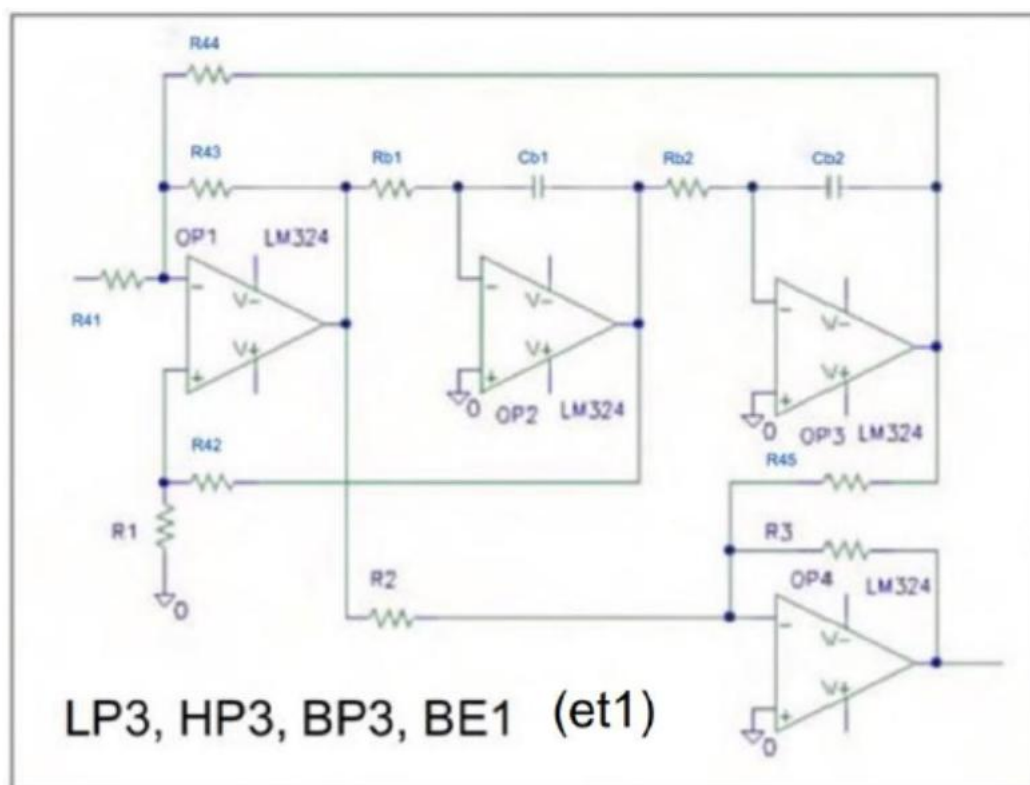


図2-5 2 次のローパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir

Figure 2-5 Second-order low-pass filter basic circuit lpet1_2.cir

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of lpet1_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-5)$$

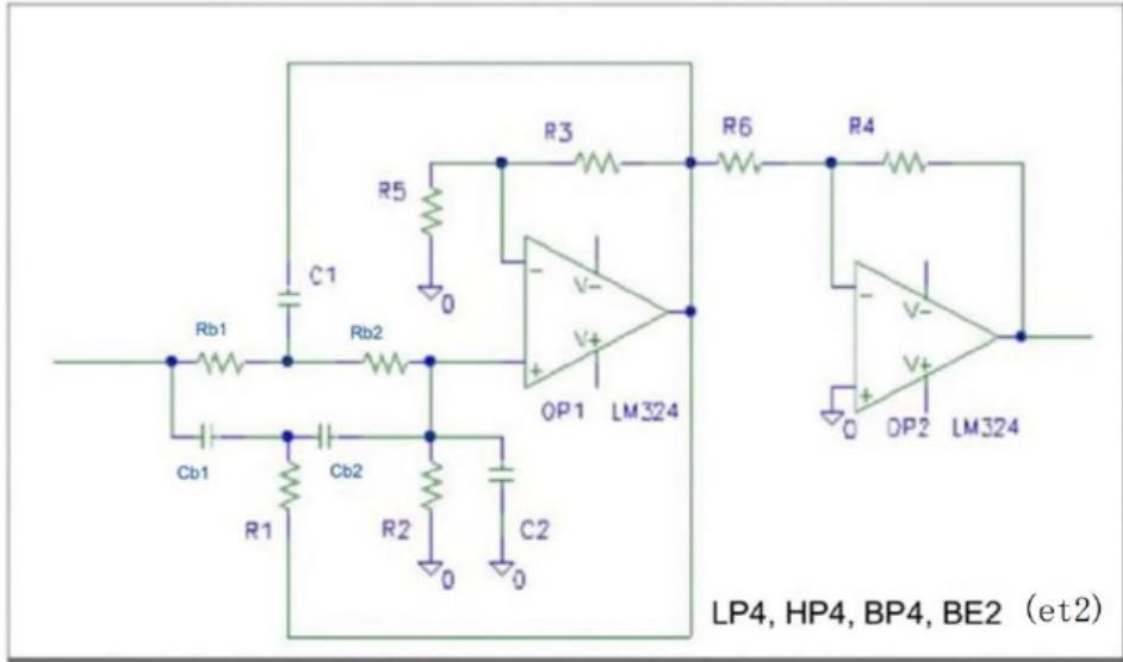


図2-6 2次のローパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir

Figure 2-6 Second-order low-pass filter basic circuit lpet2_2.cir

l p e t 2 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of lpet2_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}} \quad (2-6)$$

$$R_1 = \frac{R_b}{2}, C_1 = 2 \cdot C_b, R_2 = \frac{2 \cdot R_b}{kr}, C_2 = \frac{kd \cdot C_b}{2}, R_3 = (kk - 1) \cdot R_5$$

2-2 ローパスフィルタの種類と伝達関数

2-2 Types of low-pass filters and transfer functions

- | | |
|--------------------|--------------------------------------|
| a. バターワースローパスフィルタ | a. Butterworth low-pass filter |
| b. チェビシェフローパスフィルタ | b. Chebyshe flow-pass filter |
| c. 逆チェビシェフローパスフィルタ | c. Inverse Chebyshe flow-pass filter |
| d. 楕円関数ローパスフィルタ | d. Elliptic function low-pass filter |

2-2-a バターワースローパスフィルタの伝達関数のまとめ

2-2-a Summary of Butterworth Low Pass Filter Transfer Functions

バターワースローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とすると、

$l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワースローパスフィルタの伝達関数は

When the order of the Butterworth low-pass filter is m and the cutoff frequency is f_c , as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Butterworth low-pass filter is expressed by the following equation.

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において In equations (1-7) and (1-8)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \quad (1-9)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

In synthesizing a circuit, the following values are assumed to have already been obtained at the design stage

$$m, \omega_c, \omega_{ck}, Q_k \dots\dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

2-2-b チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

2-2-b Summary of transfer function of Chebyshe flow-pass filter

チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

If the order m of the Chebyshe flow-pass filter, the cutoff frequency f_c , and the ripple $\text{attp}(\text{db})$ in the passband, then the transfer function of the Chebyshe flow-pass filter, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において In equations (1-31) and (1-32)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

In synthesizing a circuit, the following values are assumed to have already been obtained at the design stage

$$m, \omega_d, \omega_{ck}, Q_k \dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

2-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数のまとめ

2-2-c Summary of transfer function of inverse Chebyshev low-pass filter

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

When the order of the inverse Chebyshev low-pass filter is m and the attenuation at frequency f_c is $atts(db)$, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the inverse Chebyshev low-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43) において In equations (1-42) and (1-43)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

回路の合成に於いては、次の値が設計段階ですでに求められているものとします。

In synthesizing a circuit, the following values are assumed to have already been obtained at the design stage

$$m, \omega_d, \omega_{ck}, Q_k, r_k \dots k = 0, 1, \dots, m/2$$

2-2-d 楕円関数ローパスフィルタの伝達関数のまとめ

2-2-d Summary of transfer functions of elliptic function low-pass filters

楕円関数ローパスフィルタの次数 m （未知）、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

Order m (unknown) of the elliptic function low-pass filter, cutoff frequency f_p , ripple $\text{attp}(\text{db})$ in the passband, and minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at frequency f_s ,

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$\text{As } x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k)$$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1)/(10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

m を切り上げる Round up m

m が奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma} [s^2 + p_\nu s + q_\nu]} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_ν , q_ν shall satisfy the following formula.

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2 \omega_p^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2) s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\left(s^2 + (x_v \omega_p)^2\right)}{\sqrt[m/2]{C_H} \left([s^2 + p_v s + q_v]\right)} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the following formula.

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2 \omega_p^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3 Application of filter characteristics for each circuit type and determination of circuit constants

ローパスフィルタの特性の種類 Types of low-pass filter characteristics

- | | |
|--------------------|--------------------------------------|
| a. バターワースローパスフィルタ | a. butterworth low pass filter |
| b. チェビシェフローパスフィルタ | b. Chebyshev low-pass filter |
| c. 逆チェビシェフローパスフィルタ | c. Inverse Chebyshev low-pass filter |
| d. 楕円関数ローパスフィルタ | d. elliptic function low pass filter |

2-3-1 1次の回路のローパスフィルタへの適用

2-3-1 Application of first-order circuit to low-pass filter

バターワースローパスフィルタの伝達関数(1-7), (1-8)よりフィルタの次数 m が奇数の場合には、1次の回路と2次の回路の縦続接続により実現され、 m が偶数の時には2次の回路の縦続接続により実現されます。この時、a から d までの特性のローパスフィルタすべてに対して、1次の基本回路は `lp1_1.cir` が使用されます。

According to the transfer functions (1-7) and (1-8) of the Butterworth low-pass filter, when the order m of the filter is an odd number, it is realized by a cascade connection of a first-order circuit and a second-order circuit, and when m is an even number, It is realized by cascade connection of secondary circuits. At this time, for all low-pass filters with characteristics from a to d, the first-order basic circuit is `lp1_1.cir` is used.

2-3-2 2次の回路のローパスフィルタへの適用

2-3-2 Application of second-order circuit to low-pass filter

`lp1_2.cir` と `lp2_2.cir` は a 及び b の特性のローパスフィルタの実現に使用出来ます。また、`lp1_2.cir` と `lp2_2.cir` は c と d の特性のローパスフィルタの実現に使用出来ます。

`lp1_2.cir` and `lp2_2.cir` can be used to implement a lowpass filter with characteristics of a and b. Also, `lp1_2.cir` and `lp2_2.cir` can be used to implement a lowpass filter with characteristics c and d.

2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用

2-3-a Application to Butterworth low-pass filter

バターワースローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とするとき、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワースローパスフィルタの伝達関数は
 When the order of the Butterworth low-pass filter is m and the cutoff frequency is f_c ,
 as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Butterworth low-pass
 filter is expressed by the following equation

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-7)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-8)$$

(1-7), (1-8) において In equations (1-7) and (1-8)

$$\begin{aligned} p_k &= \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \\ q_k &= \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \\ \omega_{ck} &= \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2} = \omega_c \\ Q_k &= -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k} \\ \omega_c &= 2\pi f_c \end{aligned} \quad (1-9)$$

1 次の回路部分 Primary circuit section

(1-7) より $lp1_1.cir$ が使用されます。(2-1) と (1-7) の1次の項を比較して、

From (1-7), $lp1_1.cir$ is used. Compare the first order terms in (2-1) and (1-7),

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad (2-9)$$

ここで、 $\omega_c = 1$, $C_1 = 1$ とすると、Let us assume that $\omega_c = 1$, $C_1 = 1$,

$$R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} = \frac{1}{1*1} = 1$$

従って、Therefore, $C_1 = R_1 = 1$ (2-10)

ここで、インピーダンス変換係数 Z 及び周波数変換係数 FSF を導入します。

We now introduce the impedance conversion factor Z and the frequency conversion factor FSF .

Z は C および R のインピーダンスを Z 倍する倍率を表わし、 FSF は、カットオフ周波数を f_c とする時、 $FSF = 2\pi f_c$ を表わします。

Z represents the multiplier that multiplies the impedances of C and R by Z . FSF represents $FSF = 2\pi f_c$ when the cutoff frequency is f_c .

(2-10) において、カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、
In equation (2-10), if the cutoff frequency is f_c and the value of R is Z

$$\begin{aligned} FSF &= 2\pi f_c \\ R_1 &= Z \\ C_1 &= 1/FSF/Z \end{aligned} \quad (2-11)$$

$lp2_1.cir$ においても、(2-11) は適用されます。利得を A とした場合、
In $lp2_1.cir$, (2-11) also applies. If the gain is A ,

$$R_2 = (A-1)R = (A-1)*10k \quad (2-12)$$

ただし、フィルタの合成では $lp2_1.cir$ を使用しません。

However, $lp2_1.cir$ is not used in the synthesis of the filter.

2 次の回路部分 Secondary circuit section

l p a t 1 _ 2 . c i r を使用する場 合 When using lpat1_2.cir

(2-3) と (1-8) より、利得を 1 とすると、 $R_3 = R_1$ となります。

From equations (2-3) and (1-8), with a gain of 1, R

$C_2 = C, C_1 = mC, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、
Assuming $C_2 = C, C_1 = mC, R_1 = R, R_2 = kR$,

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-13)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (2-14)$$

(2-13) と (2-14) から、 From equations (2-13) and (2-14),

$$\omega_{ck}^2 = \left(\frac{1+2k}{mkCR} \right)^2 Q_k^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-15)$$

(2-15) から、与えられた正の実数 m に対して、k は次式を満足します。

From equation (2-15), for a given positive real number m, k satisfies

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (2-16)$$

k は正の実数でなければなりませんから、

Because k must be a positive real number,

$$A = 4Q_k^2, B = 4Q_k^2 - m \text{ とすると、 } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - A^2}}{2A} \text{ より、}$$

$$\text{If } A = 4Q_k^2, B = 4Q_k^2 - m, \text{ from } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - A^2}}{2A},$$

$$B \leq 0 \quad (2-17)$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2 > 0$$

また、判別式より、 Also, from the discriminant formula,

$$D = (4Q_k^2 - m)^2 - 16Q_k^4 = m(m - 8Q_k^2) \geq 0 \quad (2-18)$$

$$\therefore m \geq 8Q_k^2$$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用

(2-17) と (2-18) より、 From (2-17) and (2-18),
 $m \geq 8Q_k^2$ の時、 At $m \geq 8Q_k^2$, (2-19)

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (2-20)$$

従って、(1-9) に基づき、変換係数 Z, FSF を適用して、

Therefore, based on (1-9), the conversion coefficients Z and FSF are applied,

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = R_3 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-21)$$

ただし、 $m \geq 8Q_k^2$ However, $m \geq 8Q_k^2$

(2-15) より、 $m = \frac{(1+2k)^2}{k} \cdot Q_k^2$ と表されるが、 $m \geq 8Q_k^2$ が必要条件となる。

From (2-15), $m = \frac{(1+2k)^2}{k} \cdot Q_k^2$, but $m \geq 8Q_k^2$ is a necessary condition.

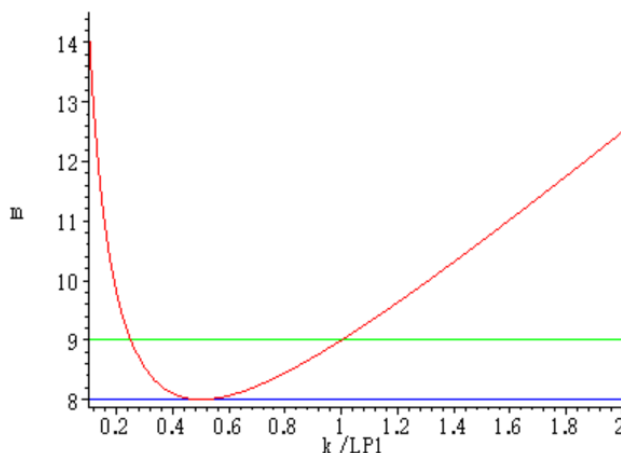
だが、 $k > 0$ なら $\frac{(1+2k)^2}{k} \geq 8$ となるので $k = 1$ にすると、 $m = \frac{(1+1 \cdot 2)^2}{1} \cdot Q_k^2 = 9 \cdot Q_k^2$
 より、 $k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$ として計算する。

However, if $k > 0$, then $\frac{(1+2k)^2}{k} \geq 8$, so if we set $k=1$, then $m = \frac{(1+1 \cdot 2)^2}{1} \cdot Q_k^2 = 9 \cdot Q_k^2$, so we calculate as $k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$.

$k=1$ に設定することで、 $R_1=R_2=R_3$ となり素子値の種類が少なくなる。

By setting $k=1$, $R_1=R_2=R_3$ is obtained, and the number of types of element values is reduced.

$m = \frac{(1+2k)^2}{k}$ のグラフは下図のように表されます。



2 次の回路部分 Secondary circuit section

l p a t 2 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpat2_2.cir

(2-4) と (1-8) より、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

From equations (2-4) and (1-8), if $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$,

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-22)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR} \quad (2-23)$$

(2-22) と (2-23) から、 From equations (2-22) and (2-23),

$$\omega_{ck}^2 = \left(\frac{1+k}{mkCR} \right)^2 Q_k^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (2-24)$$

(2-24) から、与えられた正の実数mに対して、k は次式を満足します。

From Equation (2-24), for a given positive real number m, k satisfies

$$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (2-25)$$

k は正の実数でなければなりませんから、

Because k must be a positive real number,

$$A = Q_k^2, B = 2Q_k^2 - m \text{ とすると、 } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4A^2}}{2A} \text{ より、}$$

$$\text{If } A = Q_k^2, B = 2Q_k^2 - m, \text{ from } k = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4A^2}}{2A},$$

$$B \leq 0 \quad (2-26)$$

$$\therefore m \geq 2Q_k^2 > 0$$

また、判別式より、 Also, from the discriminant formula,

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0 \quad (2-27)$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

(2-26) と (2-27) より、 From equations (2-26) and (2-27),

$$m \geq 4Q_k^2 \quad (2-28)$$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-a バターワースローパスフィルタへの適用

この時、 At this time,

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2} \quad (2-29)$$

従って、(1-9)に基づき、変換係数Z, FSFを適用して、

Therefore, based on (1-9), the conversion coefficients Z and FSF are applied,

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-30)$$

ただし、 $m \geq 4Q_k^2$ However, $m \geq 4Q_k^2$

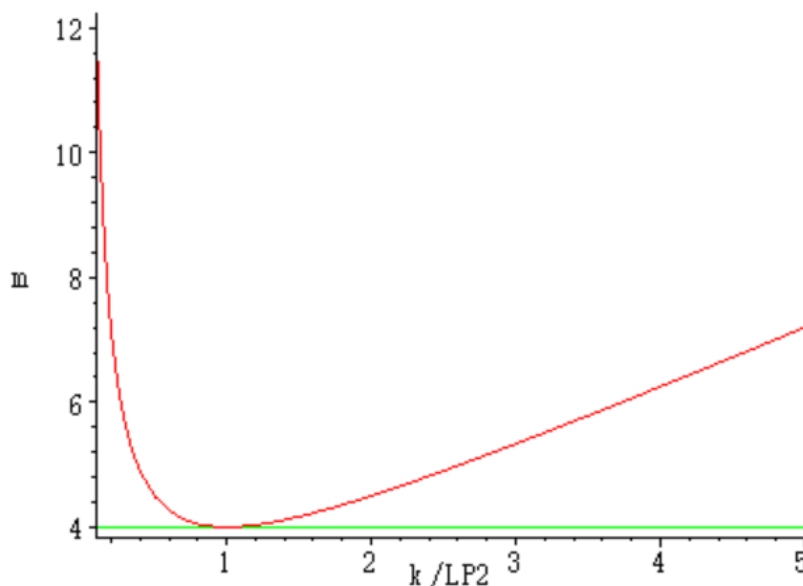
(2-24) より、 $m = \frac{(1+k)^2}{k} \cdot Q_k^2$ と表されるが、同時に (2-27) より、
 $m \geq 4 \cdot Q_k^2$ が必要条件となる。だが、 $k > 0$ なら $\frac{(1+k)^2}{k} \geq 4$ となるので $k = 1$ にすると、 $m = \frac{(1+1)^2}{1} \cdot Q_k^2 = 4 \cdot Q_k^2$ より、 $k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$ として計算する。

k=1に設定することで、R1=R2となり素子値の種類が少なくなる。

From (2-24), $m = \frac{(1+k)^2}{k} \cdot Q_k^2$, but at the same time, from (2-27), $m \geq 4 \cdot Q_k^2$ is a necessary condition. However, if $k > 0$, then $\frac{(1+k)^2}{k} \geq 4$, so if we set $k=1$, then $m = \frac{(1+1)^2}{1} \cdot Q_k^2 = 4 \cdot Q_k^2$, so we calculate as $k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$.

By setting $k=1$, $R_1=R_2$, and the number of types of element values is reduced.

$m = \frac{(1+k)^2}{k}$ のグラフは下図のように表されます。



2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用

2-3-b Application to Chebyshe flow-pass filter

チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{atp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

If the order m of the Chebyshe flow-pass filter, the cutoff frequency f_c , and the ripple $\text{atp}(\text{db})$ in the passband, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Chebyshe flow-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-31)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-32)$$

(1-31), (1-32) において In equations (1-31) and (1-32)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{atp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (1-32a)$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分 1st order circuit section

(1-31) より `lp1_1.cir` が使用されます。

カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、(1-32a) より、

From equation (1-31), `lp1_1.cir` is used.

If the cutoff frequency is f_c and the value of R is Z , from Eq. (1-32a),

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = Z \quad (2-11)$$

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

2 次の回路部分 2nd order circuit section

`lp1_2.cir` を使用する場合 When using `lp1_2.cir`

バターワースローパスフィルタの場合と同様に、(2-3) と (1-8) より、

As in the case of the Butterworth low-pass filter, from Eqs. (2-3) and (1-8),

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (2-20)$$

(1-32a) に基づき、 $k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$ Based on equation (1-32a), $k = 1, m = 9 \cdot Q_k^2$

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = R_3 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-21)$$

ただし、 $m \geq 8Q_k^2$ However, $m \geq 8Q_k^2$

`lp2_2.cir` を使用する場合 When using `lp2_2.cir`

バターワースローパスフィルタの場合と同様に、(2-4) と (1-8) より、

As in the case of the Butterworth low-pass filter, from Eqs. (2-4) and (1-8),

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2} \quad (2-29)$$

(1-32a) に基づき、 $k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$ Based on equation (1-32a), $k = 1, m = 4 \cdot Q_k^2$

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (2-30)$$

ただし、 $m \geq 4Q_k^2$ However, $m \geq 4Q_k^2$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-b チェビシェフローパスフィルタへの適用

2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

逆チェビシェフローパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は
 When the order m of the inverse Chebyshe flow-pass filter, the cutoff frequency f_c , and the ripple $\text{atts}(\text{db})$ in the passband, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the inverse Chebyshe flow-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-42)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (1-43)$$

(1-42)、(1-43) において In equations (1-42) and (1-43)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c / \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad (1-44)$$

(2-5) と (2-6) を (1-42), (1-43) の2次式の部分と比較し易いように変形します。

Equations (2-5) and (2-6) are transformed so that they can be easily compared with the quadratic parts of equations (1-42) and (1-43).

(2-5) の変形 Transformation of equation (2-5)

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_4} \frac{\frac{1}{C_b^2 R_b^2} \left(\frac{C_b^2 R_b^2 R_4}{R_2} s^2 + 1 \right)}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (2-31)$$

(2-6) の変形 Transformation of equation (2-6)

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \frac{\frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} (C_b^2 R_b^2 s^2 + 1)}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}} \quad (2-32)$$

$$R1 = \frac{Rb}{2}, C1 = 2 \cdot Cb, R2 = \frac{2 \cdot Rb}{kr}, C2 = \frac{kd \cdot Cb}{2}, R3 = (kk - 1) \cdot R5$$

1 次の回路部分 1st order circuit section

(1-42) より lp1_1.cir が使用されます。

カットオフ周波数を f_c 、R の値を Z とすると、(1-44) より、

From equation (1-42), lp1_1.cir is used.

If the cutoff frequency is f_c and the value of R is Z, from Eq. (1-44),

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c / \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = Z \quad (2-11)$$

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

2-3 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

2-3-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

2 次の回路部分 2nd order circuit section

l p e t 1 __ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet1_2.cir

(2-31) と (1-43), (1-44) より、

From equations (2-31) and (1-43), (1-44),

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (2-33)$$

$$r_k^2 = \frac{C_b^2 R_b^2 R_4}{R_2} = \frac{R_4}{R_2 \omega_{ck}^2} \quad (2-34)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (2-35)$$

(2-33) と (2-35) より、 From equations (2-33) and (2-35),

$$9R_1^2 Q_k^2 = (R_1 + R_4)^2 \quad (2-36)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right)$$

(2-34) より、 From Equation (2-34),

$$R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2} \quad (2-37)$$

(2-33) より、 From Equation (2-33),

$$FSF = \omega_{ck}, C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_3 = R_4 \quad (2-38)$$

2 次の回路部分 2nd order circuit section

l p e t 2 __ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet2_2.cir

(2-32) と (1-43), (1-44) より、

From equations (2-32) and (1-43), (1-44),

$$r_k^2 = C_b^2 R_b^2 \quad (2-39)$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1 + kr}{C_b^2 R_b^2 (1 + kd)} = \frac{1 + kr}{r_k^2 (1 + kd)} \quad (2-40)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{r_k (1 + kd)} \quad (2-41)$$

$$G = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} = 1 \quad (2-42)$$

(2-40) より、 From Equation (2-40),

$$kd = \frac{1+kr}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1 > \frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1 > 0 \dots \dots \dots kr > 0 \quad (2-43)$$

まず、 kd を (2-43) を満足する値に設定します。このとき、(2-40) より、
First, set kd to a value satisfying Equation (2-43). At this time, from Equation (2-40),

$$kr = r_k^2 \omega_{ck}^2 (1+kd) - 1 \quad (2-44)$$

(2-41) より、 From Equation (2-41),

$$\begin{aligned} kd + kr + 4(1-kk) &= \frac{r_k \omega_{ck} (1+kd)}{Q_k} \\ kd + kr + 4 - \frac{r_k \omega_{ck} (1+kd)}{Q_k} & \\ \therefore kk &= \frac{Q_k}{4} \end{aligned} \quad (2-45)$$

(2-45) に (2-44) を代入して、 $kk > 1, r_k \omega_{ck} < 1$ を適用すると
Substituting (2-44) into equation (2-45) and applying $kk > 1, r_k \omega_{ck} < 1$

$$kd > \frac{Q_k (1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k (1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}}$$

(2-42) より、 From Equation (2-42),

$$R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6 \quad (2-46)$$

従って、(2-39) より、変換係数を $FSF = 1/r_k$ とすると、
Therefore, from equation (2-39), if the conversion factor is FSF,

$$\begin{aligned} C_b &= 1/Z/FSF, R_b = Z, R_1 = R_b/2, R_2 = 2R_b/kr \\ R_3 &= (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kr}{kk} R_6 \\ C_1 &= 2C_b, C_2 = kdC_b/2 \end{aligned} \quad (2-47)$$

ただし、 $kd > \max[\frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1, \frac{Q_k(1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}}]$ を満足する kd に対して、

However, for kd satisfying $kd > \max[\frac{1}{r_k^2 \omega_{ck}^2} - 1, \frac{Q_k(1 - r_k^2 \omega_{ck}^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(1 + r_k^2 \omega_{ck}^2) - r_k \omega_{ck}}]$,

$$kr = r_k^2 \omega_{ck}^2 (1 + kd) - 1 \quad (2-44)$$

$$kk = \{kd + kr + 4 - r_k \omega_{ck} (1 + kd) / Q_k\} / 4 \quad (2-45)$$

2-3-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用

2-3-d Application to Elliptic Function Low Pass Filter

楕円関数ローパスフィルタの次数 m (未知), カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

For an elliptic function low-pass filter with order m (unknown), cutoff frequency f_p , passband ripple $att_p(\text{db})$, and minimum attenuation $atts(\text{db})$ at frequency f_s , as

$$x_L = f_s/f_p = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k),$$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

m を切り上げる Round up m

この時、 At this time,

m が奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + (x_\nu \omega_p)^2)}{^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma (s^2 + p_\nu s + q_\nu)}} \quad (1-140)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_ν , q_ν shall satisfy the equation below.

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned} \quad (2-7)$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\left(s^2 + (x_v \omega_p)^2 \right)}{\sqrt[m/2]{C_H} \left([s^2 + p_v s + q_v] \right)} \quad (1-142)$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the equation below.

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(2-5) と (2-6) を (1-140) と (1-142) の2次式の部分と比較して楕円関数ローパスフィルタを合成します。

Compare equations (2-5) and (2-6) with the quadratic parts of equations (1-140) and (1-142) to synthesize an elliptic function low-pass filter.

カットオフ周波数を $\omega_p = 2\pi f_p$ とします。合成に先立って、 $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$ が求められて

いるものとします。さらに、計算式を解りやすくするために、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ とします。

Let $\omega_p = 2\pi f_p$ be the cutoff frequency. We assume that $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$ has been obtained prior to synthesis. Furthermore, to make the equation easier to understand, $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ is assumed.

1 次の回路部分 1st order circuit section

定義より、 $\left|H_m(\omega_p, 0)\right|=1$ なので、lp1_1.cir が使用されます。

From the definition, since $\left|H_m(\omega_p, 0)\right|=1$, lp1_1.cir is used.

$$FSF = \sigma, R_1 = Z, C_1 = 1/Z/FSF \quad (2-48)$$

2 次の回路部分 2nd order circuit section

lp1_2.cir を使用する場合 When using lp1_2.cir

(2-5) と (1-142) より、 From equations (2-5) and (1-142),

$$q_v = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (2-49)$$

$$\omega_{0v}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} q_v \quad (2-50)$$

$$p_v = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3\sqrt{q_v} R_1}{(R_1 + R_4)} \quad (2-51)$$

(2-49) より、 From Equation (2-49),

$$FSF = \sqrt{q_v} \text{ として、 } C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z \quad (2-52)$$

(2-50) より、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ として、 From equation (2-50), as $\omega_{0v} = x_v \omega_p$,

$$R_2 = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} R_4 \quad (2-53)$$

$$G^{-1} = {}^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} (m = \text{odd}) \quad G^{-1} = {}^{m/2}\sqrt{C_H} (m = \text{even})$$

$$R_3 = GR_2$$

として、(2-51) より、 then, from Equation (2-51),

$$R_1 = \frac{p_v}{3\sqrt{q_v} - p_v} R_4 \quad (2-54)$$

2 次の回路部分 2nd order circuit section

l p e t 2 __ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet2_2.cir

(2-6) と (1-142) より、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ として、

From equations (2-6) and (1-142), as $\omega_{0v} = x_v \omega_p$,

$$\omega_{0v} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (2-55)$$

$$q_v = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{0v}^2 \quad (2-56)$$

$$p_v = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{(1+kd)} \omega_{0v} \quad (2-57)$$

$$G^{-1} = {}^{(m-1)/2}\sqrt{C_H \sigma} (m=odd) \quad G^{-1} = {}^{m/2}\sqrt{C_H} (m=even) \text{ として、 as,}$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (2-58)$$

(2-56) より、 From Equation (2-56),

$$kd = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} (1+kr) - 1 > \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1 > 0 \dots \ominus kr > 0 \text{ を満足する } k, d \text{ に対して、}$$

$$\text{For } kd \text{ satisfying } kd = \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} (1+kr) - 1 > \frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1 > 0 \dots \ominus kr > 0,$$

$$kr = \frac{q_v}{\omega_{0v}^2} (1+kd) - 1 \quad (2-59)$$

(2-57) より、 From Equation (2-57),

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{p_v(1+kd)}{4\omega_{0v}} \quad (2-60)$$

(2-60) に (2-59) を代入して、 $kk > 1$ を適用すると、

Substituting (2-59) into equation (2-60) and applying $kk > 1$,

$$kd > \frac{\omega_{0v}^2 + p_v \omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v \omega_{0v} + q_v}$$

(2-58) より、 From Equation (2-58),

$$R_4 = \frac{1+kd}{kk} G R_6 \quad (2-61)$$

従って、 $FSF = \omega_{0v} = x_v \omega_p$ として、 $kd > \max[\frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1, \frac{\omega_{0v}^2 + p_v \omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v \omega_{0v} + q_v}]$ に対して、

Thus, as $FSF = \omega_{0v} = x_v \omega_p$, against $kd > \max[\frac{\omega_{0v}^2}{q_v} - 1, \frac{\omega_{0v}^2 + p_v \omega_{0v} - q_v}{\omega_{0v}^2 - p_v \omega_{0v} + q_v}]$,

$$C_b = 1/Z/FSF, R_b = Z, R_1 = R_b/2, R_2 = 2R_b/kr$$

$$R_3 = (kk - 1)R_5, R_4 = \frac{1 + kd}{kk} GR_6$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 However,

$$kr = \frac{q_v}{\omega_{0v}^2} (1 + kd) - 1 \quad (2-59)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{p_v(1 + kd)}{4\omega_{0v}} \quad (2-60)$$

アクティブフィルタの設計と合成

第3章 ハイパスフィルタの設計

Chapter 3: High Pass Filter Design

3-1 ハイパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

3-1 Types of high-pass filters and their frequency response graphs

- a. Butterworth high-pass filter
- b. Chebyshev high-pass filter
- c. Inverse Chebyshev high-pass filter
- d. Elliptic function high-pass filter

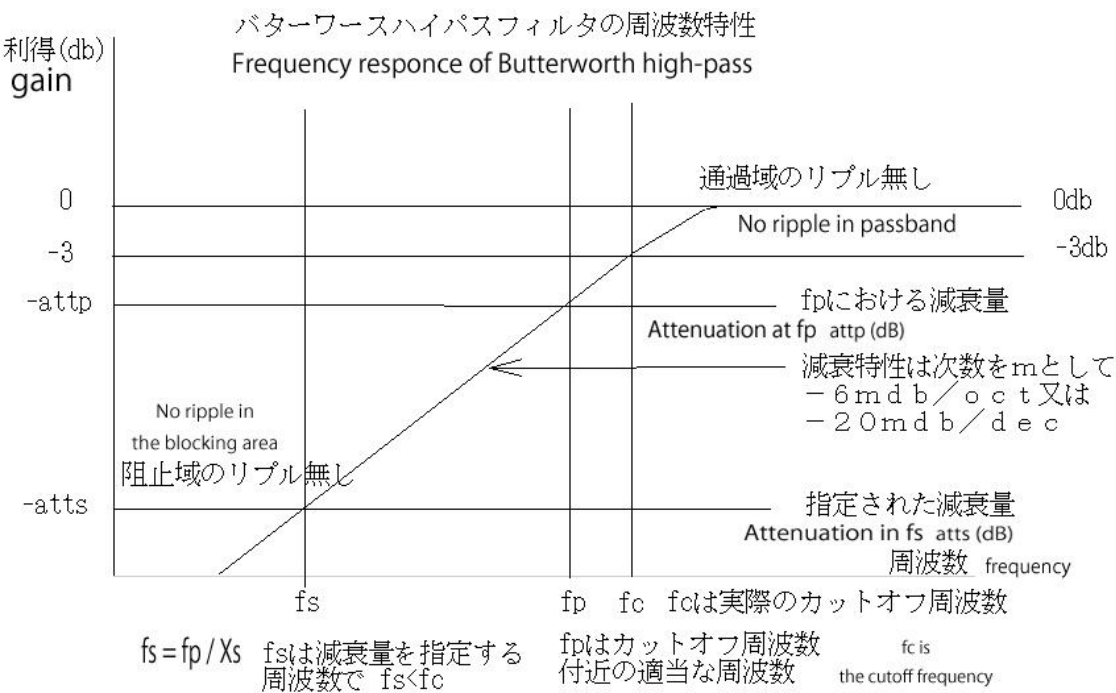


図3-1 バターワースハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-1 Frequency response of Butterworth high-pass filter

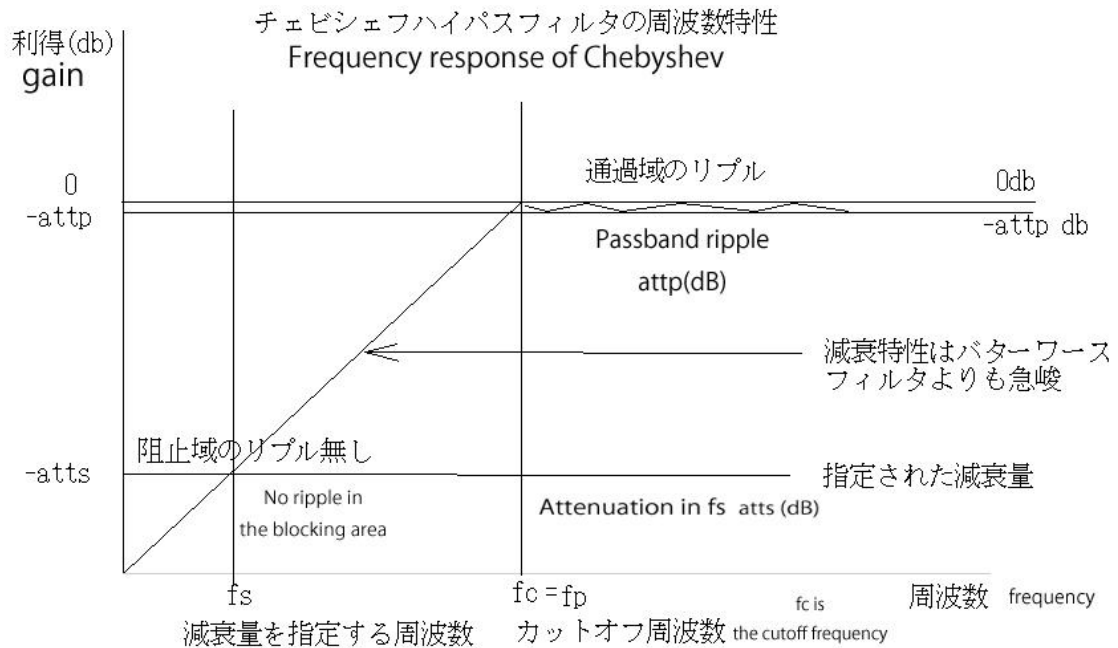


図3-2 チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-2 Frequency response of Chebyshev high-pass filter

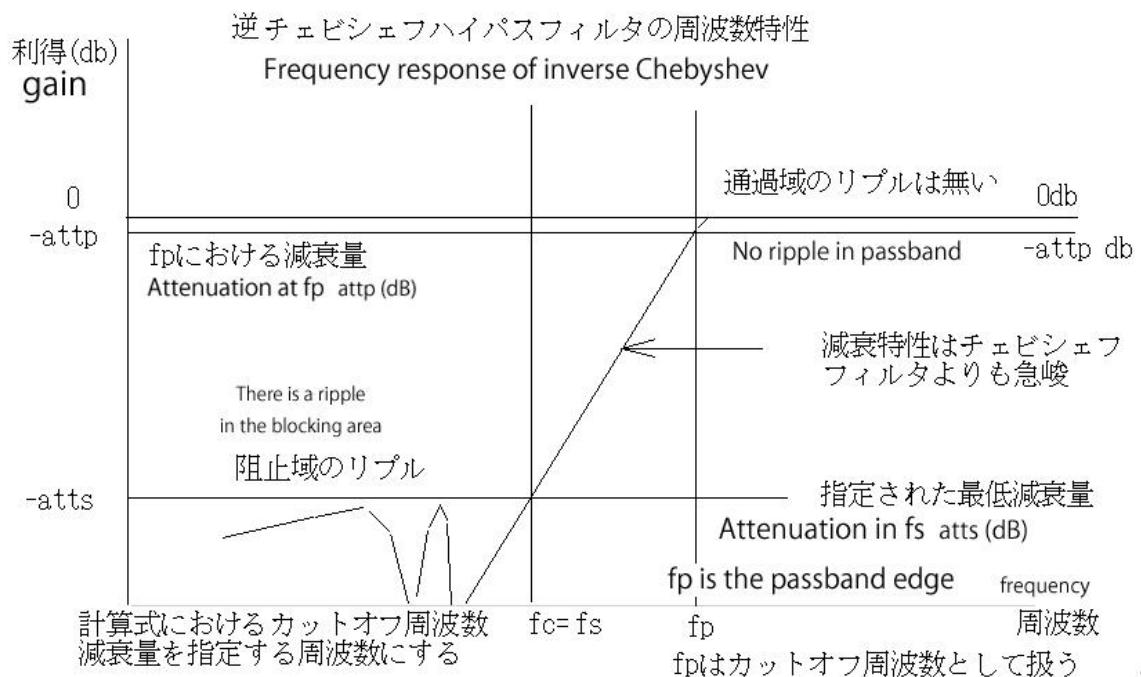


図3-3 逆チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-3 Frequency response of inverse Chebyshev high-pass filter

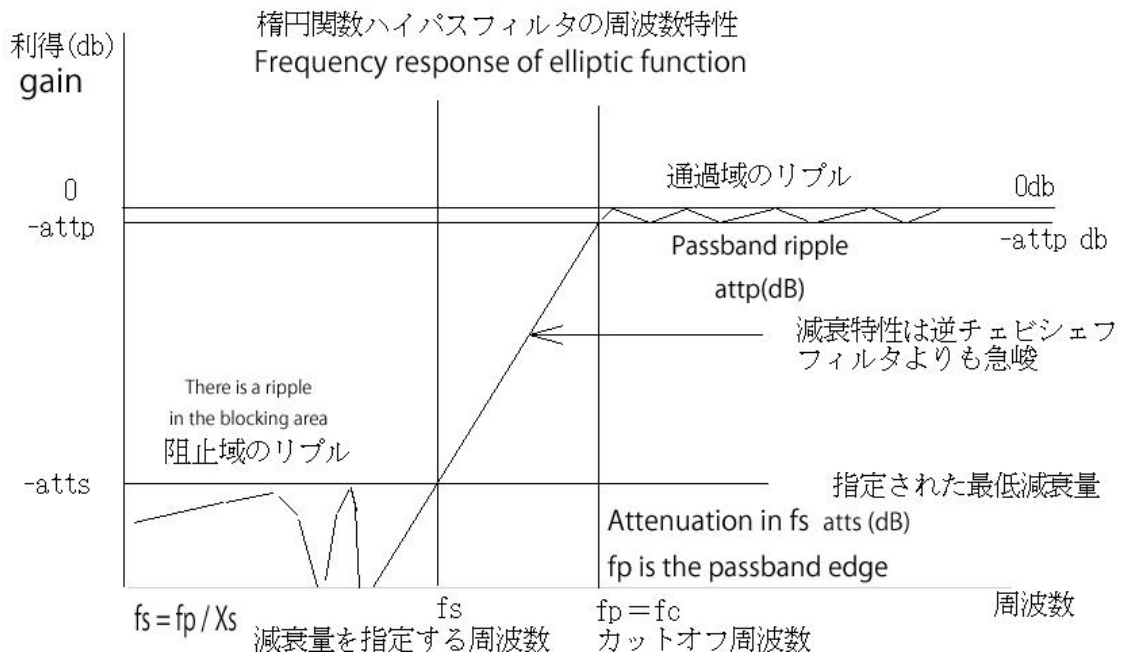


図 3-4 楕円関数ハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-4 Frequency response of elliptic function high-pass filter

3-2 ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換する

3-2 Converting a low-pass filter to a high-pass filter

カットオフ周波数 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ のハイパスフィルタの伝達関数は $\omega_c = 1$ として設計したローパスフィルタの伝達関数において s の代わりに ω_0/s を代入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ を ω_c と書き換えることで得られます。

The transfer function of the high-pass filter with cutoff frequency $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ is obtained by substituting ω_0/s for s in the transfer function of the low-pass filter designed as $\omega_c = 1$ and then rewriting $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ as ω_c .

1 次の回路の変換 First-order circuit conversion

(1-7) については、 For equation (1-7),

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{\omega_c}{\omega_0/s + \omega_c} = \frac{s}{s + \omega_0/\omega_c} \quad (3-1)$$

$$\ominus \omega_c = 1, \quad \rightarrow \frac{s}{s + \omega_0} \rightarrow \frac{s}{s + \omega_c}$$

(1-31), (1-42), (1-140) については、

For equations (1-31), (1-42), and (1-140),

$$\frac{\omega_d}{s + \omega_d} \rightarrow \frac{\omega_d}{\omega_0/s + \omega_d} = \frac{s}{s + \omega_0/\omega_d} \quad (3-2)$$

$$\rightarrow \frac{s}{s + \omega_c/\omega_d} \rightarrow \frac{s}{s + \omega_d}$$

2 次の回路の変換 Second-order circuit conversion

(1-7), (1-8), (1-31), (1-32) 及び (1-42), (1-43), (1-140), (1-142) については、

For equations (1-7), (1-8), (1-31), (1-32) and for equations (1-42), (1-43), (1-140), (1-142)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\omega_0^2/s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)\omega_0/s + \omega_{ck}^2} \\
 & \rightarrow \frac{s^2}{s^2 + (\omega_0/\omega_{ck})/Q_k s + (\omega_0/\omega_{ck})^2} \rightarrow \frac{s^2}{s^2 + \frac{(\omega_c/\omega_{ck})}{Q_k} s + (\omega_c/\omega_{ck})^2} \\
 & \rightarrow \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-3)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{1}{\omega_0^2/s^2 + p_v \omega_0/s + q_v} \rightarrow \frac{s^2}{q_v \left(s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 r_k^2 s^2 + 1 & \rightarrow \frac{r_k^2 \omega_0^2}{s^2} + 1 = \frac{s^2 + r_k^2 \omega_0^2}{s^2} \rightarrow \frac{s^2 + r_k^2}{s^2} \\
 s^2 + (x_v \omega_p)^2 & \rightarrow s^2 + x_v^2 (\ominus \omega_p = 1) \rightarrow \frac{\omega_0^2}{s^2} + x_v^2 \\
 & = \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + \left(\omega_0/x_v \right)^2 \right\}}{s^2} \rightarrow \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_v)^2 \right\}}{s^2} \quad (3-4)
 \end{aligned}$$

3-3 バターワースハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-3 Summary of Butterworth high-pass filter transfer function

バターワースハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とするとき、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(3-1)、(3-3) を適用すると、バターワース
 ハイパスフィルタの伝達関数は

When the order of the Butterworth high-pass filter is m and the cutoff frequency f_c ,
 applying (3-1) and (3-3) as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the
 Butterworth high-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-5)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-6)$$

(3-5), (3-6) において In equations (3-5) and (3-6)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c \quad (3-7)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

3-4 与えられた仕様を満たすバターワースハイパスフィルタの設計

3-4 Designing a Butterworth high-pass filter that meets given specifications

3-3までで、次数 m とカットオフ周波数 ω_c によってバターワースハイパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 3-3, the order m and cutoff frequency ω_c allow us to design a Butterworth high-pass filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the frequencies and respective attenuations at the two given points.

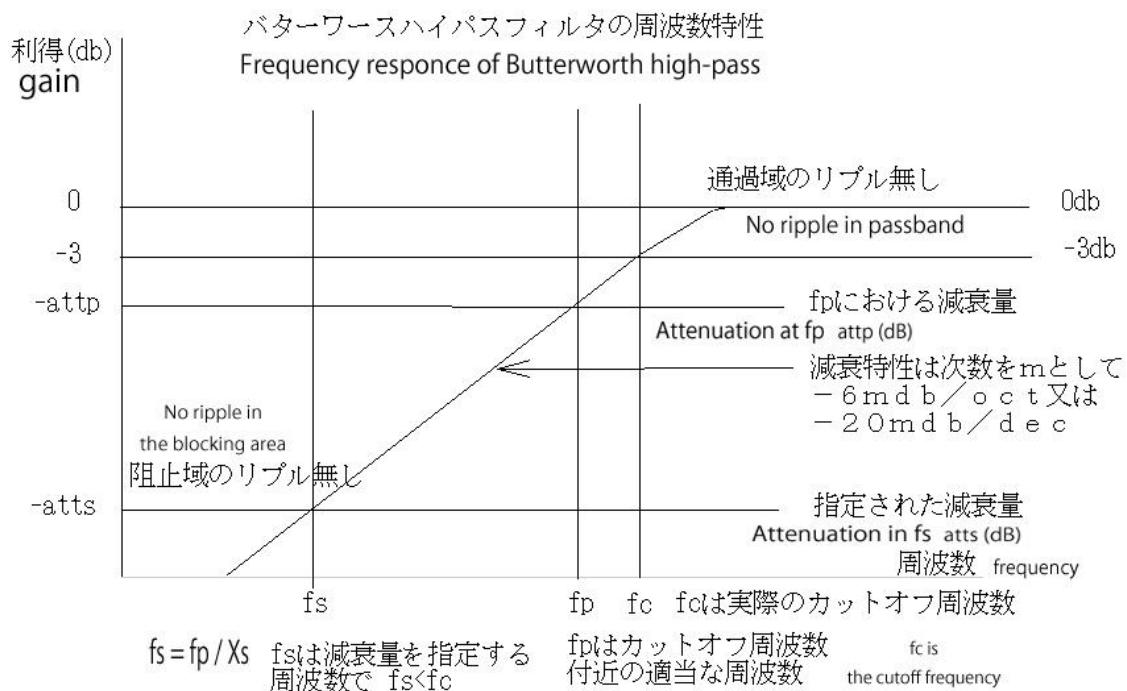


図3-1 バターワースハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-1 Frequency response of Butterworth high-pass filter

図3-1における、 f_p 、 f_s 、 att_p 、 att_s を与えられて、実際のカットオフ周波数 f_c 及びフィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

Given f_p , f_s , att_p , and att_s in Figure 3-1, the actual cutoff frequency f_c and filter order m are determined, and finally the transfer function is obtained.

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{att_s/10} - 1}{10^{att_p/10} - 1}\right)}{2.0 \log(f_p/f_s)} \quad (3-8)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

求めるバターワースハイパスフィルタのカットオフ周波数を計算します。

Calculate the cutoff frequency of the Butterworth high-pass filter you want.

$$f_c = f_p \sqrt[2m]{10^{att_p/10} - 1} \quad (3-9)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

次に、 m と ω_c を (3-5) から (3-7) に適用すると最終的な設計が完了します。

The final design is then completed when m and ω_c are applied to equations (3-5) through (3-7).

3-5 チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-5 Summary of transfer function of Chebyshev high-pass filter

チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、(3-2)、(3-3) を適用して、

When the Chebyshev high-pass filter order m , cutoff frequency f_c , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Chebyshev high-pass filter is, by applying Eqs. (3-2) and (3-3),

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-10)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-11)$$

(3-10), (3-11) において In equations (3-10) and (3-11)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-12)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

3-5 チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフハイパスフィルタの設計

3-6 Design of Chebyshev high-pass filter satisfying given specifications

3-5までで、フィルタの次数 m とカットオフ周波数 ω_c 及び通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ によってチェビシェフハイパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

In the previous sections (3-5), the filter order m , cutoff frequency, and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$ allow us to design a Chebyshev high-pass filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the frequencies, attenuation, and ripple at the two given points.

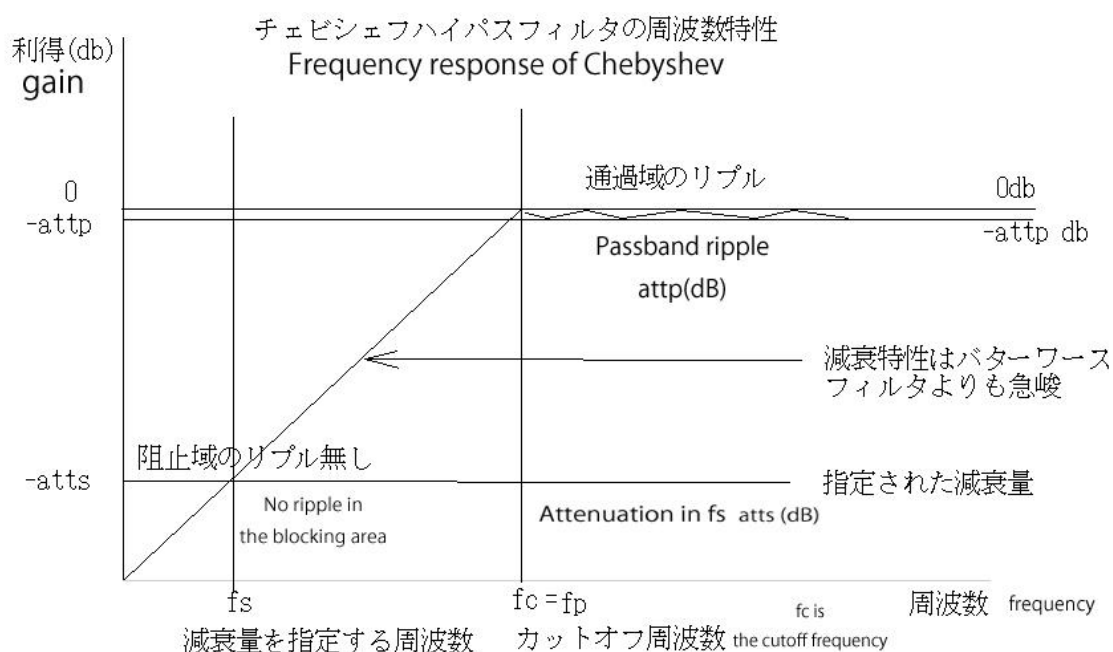


図3-2 チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-2 Frequency response of Chebyshev high-pass filter

図3-2における、 $f_p = f_c$ 、 f_s 、 att_p 、 att_s を与えられて、チェビシェフハイパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

To design a Chebyshev high-pass filter given $f_p = f_c$, f_s , att_p , and att_s in Figure 3-2, first determine the order of the filter by the following equation.

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{att_s/10} - 1) / (10^{att_p/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(f_c / f_s \right)} \quad (3-13)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を(3-10)から(3-12)に適用すると最終的な設計が完了します。

Next, m is applied to (3-10) through (3-12) to complete the final design.

3-7 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-7 Summary of Transfer Function of Inverse Chebyshev High Pass Filter

逆チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(3-2) から (3-4) を適用すると、逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、

When the attenuation $atts(db)$ at frequency f_c as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ at order m of the inverse Chebyshev high-pass filter, applying equations (3-2) to (3-4), the transfer function of the inverse Chebyshev high-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-14)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-15)$$

(3-14)、(3-15) において In equations (3-14) and (3-15)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-16)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

3-7 逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフハイパスフィルタの設計

3-8 Design of an inverse Chebyshev high-pass filter satisfying given specifications

3-7までで、次数 m と周波数 ω_c 及び減衰量 $atts(db)$ によってフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2点の周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 3-7, the order m , frequency ω_c , and attenuation $atts(db)$ enabled the design of a filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order based on the frequency, attenuation and ripple at the two given points.

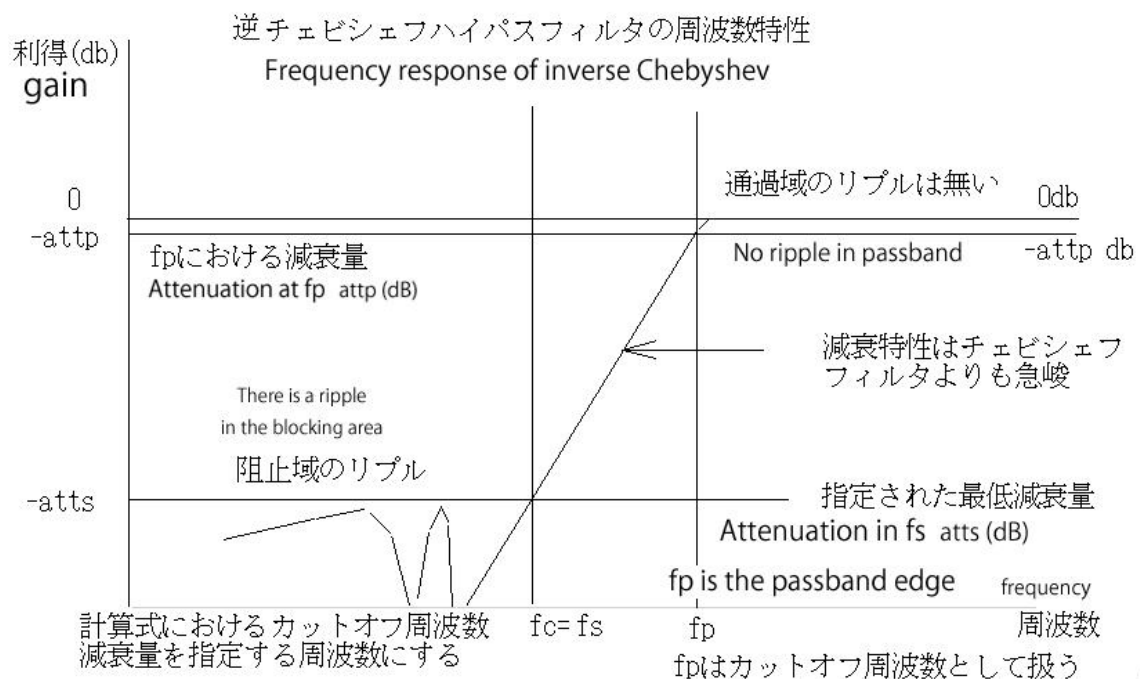


図3-3 逆チェビシェフハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-3 Frequency response of inverse Chebyshev high-pass filter

上図において、計算式における周波数 f_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 f_s 、 f_p はこれまでカットオフ周波数 f_c として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

In the above figure, the frequency f_c in the calculation formula is the frequency f_s that specifies the attenuation in conventional Butterworth filters, etc., and f_p has been treated as the cutoff frequency f_c . Therefore, the formula when the value of f_p is input as the cutoff frequency and the value of f_s is input as the frequency that specifies the amount of attenuation, as in the past, is as follows.

$$\omega_c = 2\pi f_s$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}} \quad (3-17)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{f_p}{f_s} \right)} \quad (3-18)$$

従って、フィルタの次数 m は (3-18) の d を切り上げて、

Therefore, the filter order m is d in (3-18) rounded up,

$$m = \text{ceil}(d) \quad (3-19)$$

次に、 m を (3-14) から (3-16) に適用すると最終的な設計が完了します。

さらについでに、 f_p 、 $attp$ 、 $atts$ 及び m を与えられて、 f_s を求めてみます。

この場合は、 $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_p}{f_s} \omega_p = x \omega_p$ とすると、(1-51) から

Applying m to equations (3-14) through (3-16) then completes the final design.

And, incidentally, given f_p , $attp$, $atts$ and m , let us try to find f_s .

In this case, let $\omega_c = 2\pi f_s = \frac{f_p}{f_s} \omega_p = x \omega_p$, from equation (1-51)

$$\omega_c = \omega_p / \cosh \left\{ \frac{1}{m} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}} \right) \right\} \quad (3-20)$$

$$\omega_p = 2\pi f_p$$

により、最低減衰量に達する周波数 f_s が要求にあうかどうかを確認します。よければ、(3-14)、(3-15)、(3-16) によって詳細設計を続けます。

Check whether the frequency f_s at which the minimum attenuation is reached meets the requirement by If it is satisfactory, continue the detailed design according to equations (3-14), (3-15), and (3-16).

3-9 楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数のまとめ

3-9 Summary of Transfer Function of Elliptic Function High Pass Filter

楕円関数ハイパスフィルタの次数 m (未知), カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、伝達関数は

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

For an elliptic function high-pass filter with order m (unknown), cutoff frequency f_p , passband ripple $att_p(\text{db})$, and minimum attenuation $atts(\text{db})$ at frequency f_s , the transfer function is as $x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \omega_p = 2\pi f_p, \quad K = K(k),$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})} \text{ (切り上げ)}$$

m を切り上げる Round up m

とする時、(3-2), (3-3), (3-4) を適用して、

Then, by applying equations (3-2), (3-3), and (3-4)

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{s}{s + \omega_p / \sigma} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p / x_v)^2 \right\}}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_v} \left(s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-21)$$

ただし、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z_v}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p / x_v)^2 \right\}}{m/2 \sqrt{C_H q_v} \left(s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-22)$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{z_v}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

(3-21), (3-22)において、1次及び2次のハイパスフィルタの各段のゲインは1です。

In Equations (3-21) and (3-22), the gain of each stage of the first- and second-order high-pass filters is 1.

3-10 与えられた次数による楕円関数ハイパスフィルタの設計

3-10 Design of elliptic function high-pass filter with given order

3-9までで、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $a_{t p}$ (db)、周波数 f_s において最低減衰量 $a_{t s}$ (db) を確保する楕円関数ハイパスフィルタの設計が可能になりました。ここでは、フィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $a_{t p}$ (db)、最低減衰量に達する周波数 f_s を与えて楕円関数ハイパスフィルタを設計する方法を紹介します。

Up to 3-9, it is now possible to design an elliptic function high-pass filter that ensures a cutoff frequency f_p , a ripple $a_{t p}$ (db) in the passband, and a minimum attenuation $a_{t s}$ (db) at frequency f_s . Here we show how to design an elliptic function high-pass filter given the filter order m , the cutoff frequency f_p , the ripple $a_{t p}$ (db) in the passband, and the frequency f_s at which the minimum attenuation is reached.

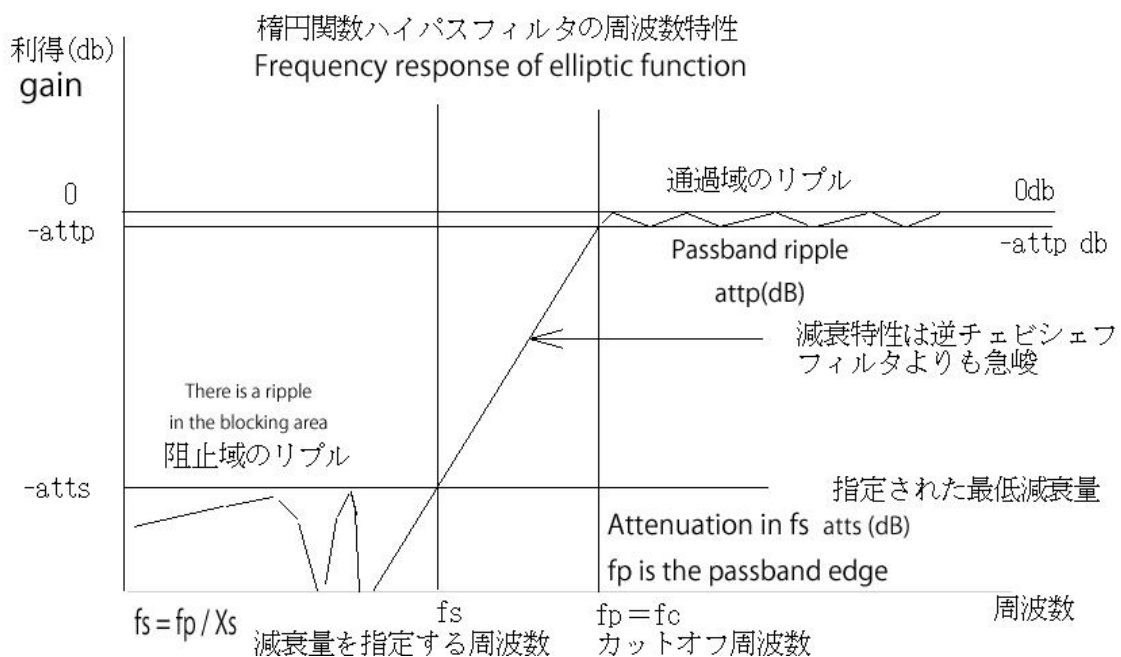


図 3-4 楕円関数ハイパスフィルタの周波数特性

Figure 3-4 Frequency response of elliptic function high-pass filter

$$x_L = f_p / f_s = 1/k, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$L^{-1} = x_L^{-m} \prod_{v=0}^{\text{int}(m/2)-1} sn^4 \left[\frac{(1+2v)K(x_L^{-1})}{m}, x_L^{-1} \right] \quad (3-23)$$

$$atts = 10 \log[1 + \varepsilon^2 L^2] \quad (3-24)$$

により、最低減衰量を確認し、これが要求にあうかどうかを確認します。よければ、(3-21), (3-22) によって詳細設計を続けます。

to check the minimum damping and see if this meets the requirements. If it is satisfactory, continue the detailed design according to Equations (3-21) and (3-22).

アナログフィルタの設計と合成

第4章 ハイパスフィルタの合成

Chapter 4 Synthesis of High Pass Filter

4-1 ハイパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

4-1 Types of High-pass Filters and Their Basic Circuit Forms

- a. Butterworth high-pass filter
- b. Chebyshev high-pass filter
- c. Inverse Chebyshev high-pass filter
- d. Elliptic function high-pass filter

1 次のハイパスフィルタ基本回路 First-order high-pass filter basic circuit

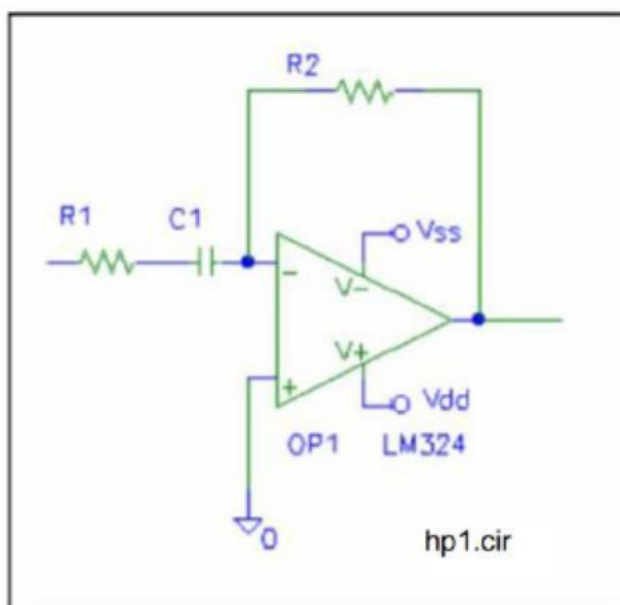


図4-1 1次のハイパスフィルタ基本回路 hp1.cir

Figure 4-1 1st-order high-pass filter basic circuit hp1.cir

h p 1 _ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{s}{s + (1/C_1 R_1)} \quad (4-1)$$

2 次のハイパスフィルタ基本回路 Second-order high-pass filter basic circuit

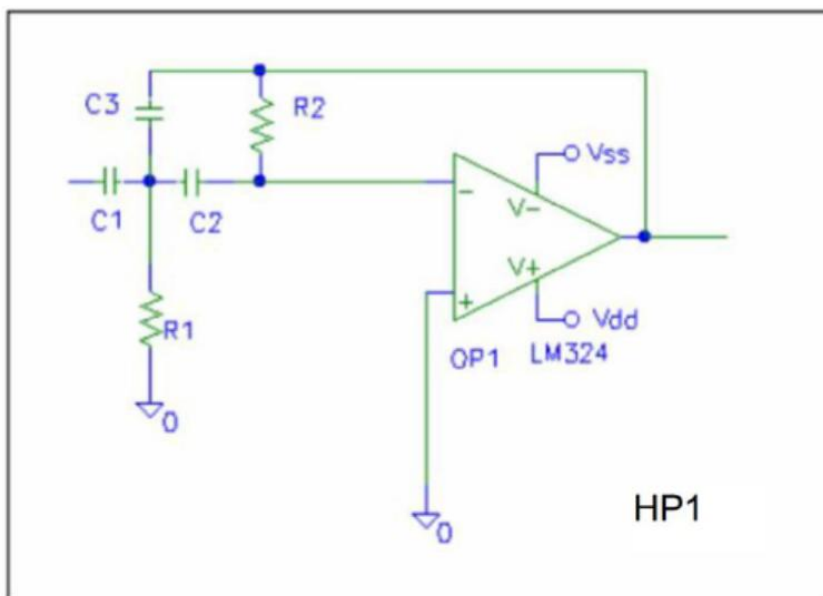


図4-2 2 次のハイパスフィルタ基本回路 H P 1 (hpat1_2.cir)

Figure 4-2 2nd order high-pass filter basic circuit HP1 (hpat1_2.cir)

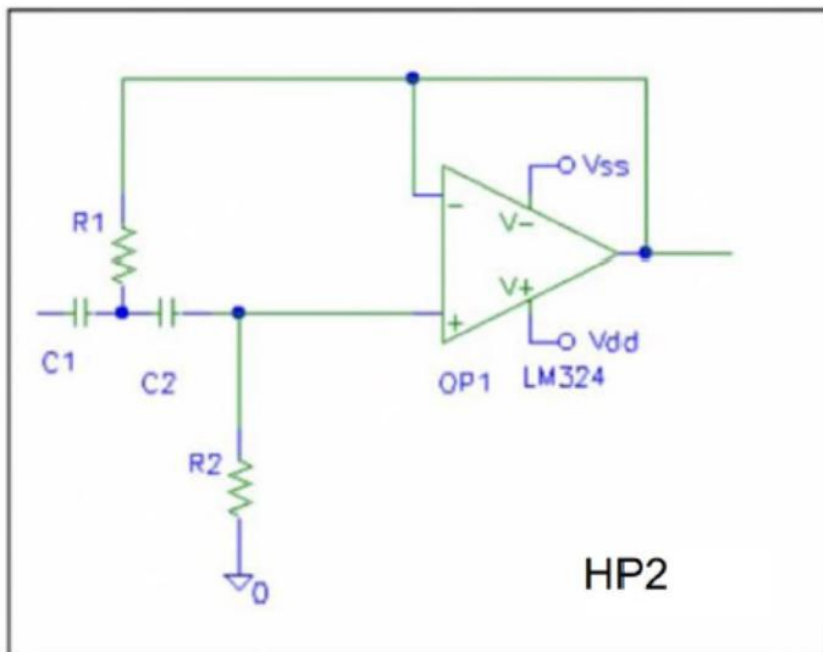


図4-3 2 次のハイパスフィルタ基本回路 H P 2 (hpat2_2.cir)

Figure 4-3 2nd order high-pass filter basic circuit HP2

h p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of hpat1_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} s + \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2}} \quad (4-2)$$

h p a t 2 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of hpat2_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4-3)$$

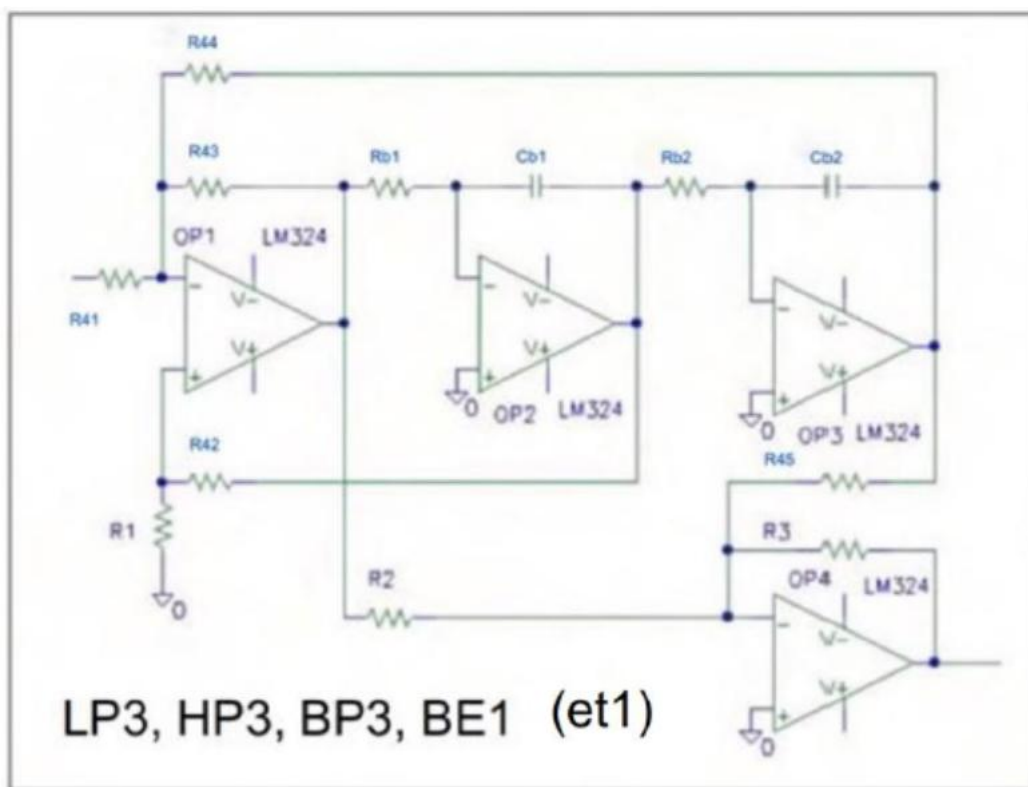


図4-4 2次のハイパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir (図2-5と同じ)

Figure 4-4 Second-order high-pass filter basic circuit lpet1_2.cir (same as Figure 2-5)

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数 lpet1_2.cir transfer function

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (4-4)$$

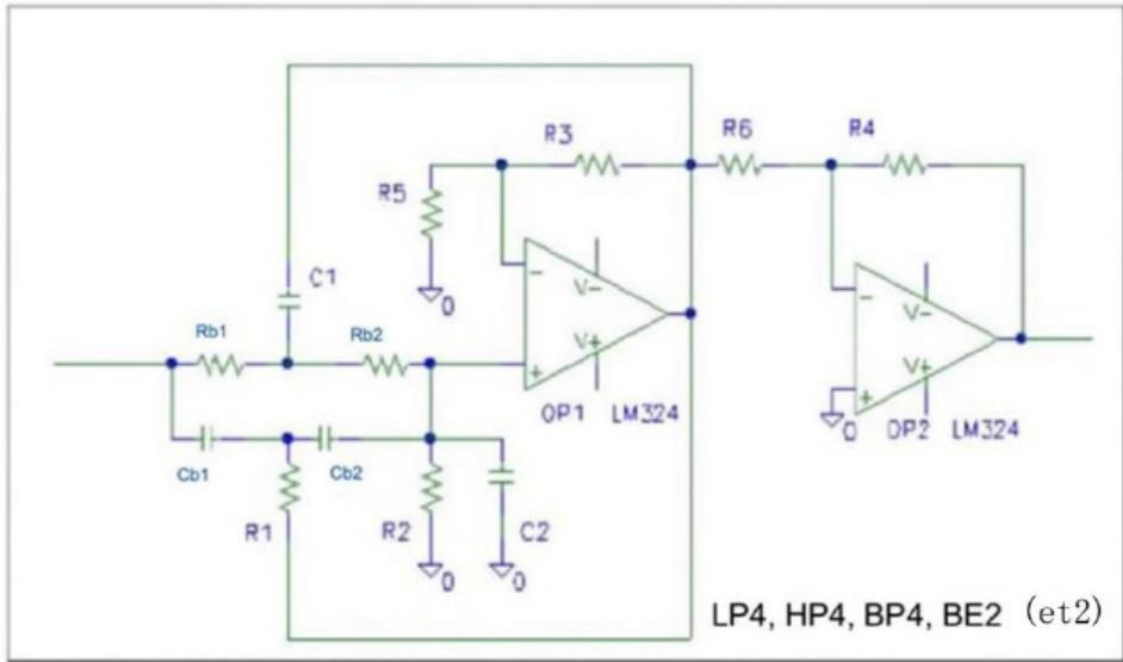


図4-5 2次のハイパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir (図2-6と同じ)

Figure 4-5 Second-order high-pass filter basic circuit lpet2_2.cir (same as Figure 2-6)

l p e t 2 _ 2 . c i r の伝達関数 lpet2_2.cir transfer function

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (4-5)$$

ローパスフィルタをハイパスフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のハイパスフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2次のハイパスフィルタに変換される。

When a low-pass filter is converted to a high-pass filter, the first-order function of the low-pass filter is converted to a first-order high-pass filter.

The second-order function of the low-pass filter is then converted to a second-order high-pass filter.

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2 Determination of application and circuit constants for each filter characteristic for each circuit type

ハイパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースハイパスフィルタ
- b. チェビシェフハイパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフハイパスフィルタ
- d. 楕円関数ハイパスフィルタ

Types of high-pass filter characteristics

- a. Butterworth high-pass filter
- b. Chebyshev high-pass filter
- c. Inverse Chebyshev high-pass filter
- d. Elliptic function high-pass filter

4-2-1 1次の回路のハイパスフィルタへの適用

4-2-1 Application of a first-order circuit to a high-pass filter

例えば、バターワースハイパスフィルタの伝達関数 (3-5), (3-6) よりフィルタの次数 m が奇数の場合には、1次の回路と2次の回路の縦続接続により実現され、 m が偶数の時には2次の回路の縦続接続により実現されることが解ります。この時、a から d までの特性のハイパスフィルタすべてに対して、1次の回路は `hp1_1.cir` が使用されます。

For example, from the transfer functions (3-5) and (3-6) of the Butterworth high-pass filter, it can be seen that when the order m of the filter is odd, the filter is realized by connecting the first-order and second-order circuits in series, and when m is even, it is realized by connecting the second-order circuit in series. When m is an even number, it is realized by the vertical connection of the second-order circuits. In this case, for all high-pass filters with characteristics from a to d, the first-order circuit is `hp1_1.cir`.

4-2-2 2次の回路のハイパスフィルタへの適用

4-2-2 Application of second-order circuit to high-pass filter

例えば、`hpat1_2.cir` と `hpat2_2.cir` は a 及び b の特性のハイパスフィルタの実現に使用出来ます。また、`lpet1_2.cir` と `lpet2_2.cir` は c と d の特性のハイパスフィルタの実現に使用出来ます。

For example, `hpat1_2.cir` and `hpat2_2.cir` can be used to realize high-pass filters with characteristics a and b. For example, `hpat1_2.cir` and `hpat2_2.cir` can be used to realize high-pass filters with characteristics c and d.

4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

4-2-a Application to Butterworth high-pass filter

バターワースハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c とするとき、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(3-1)、(3-3) を適用すると、バターワース
 ハイパスフィルタの伝達関数は

When the order of the Butterworth high-pass filter is m and the cutoff frequency f_c ,
 applying (3-1) and (3-3) as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the
 Butterworth high-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_c} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-5)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-6)$$

(3-5)、(3-6) において In equations (3-5) and (3-6)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c \quad (3-7)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分 1st order section

(3-5) より `hp1_1.cir` が使用されます。

(4-1) と (3-5) の 1 次の項を比較して、利得を 1 とすると、

From equation (3-5), `hp1_1.cir` is used.

Comparing the first order terms in equations (4-1) and (3-5), with a gain of 1,

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 \\ \omega_c &= \frac{1}{C_1 R_1} \end{aligned} \quad (4-6)$$

ここで、インピーダンス変換係数 Z 及び周波数変換係数 FSF を導入します。

Z は C および R のインピーダンスを Z 倍する倍率を表わし、 FSF は、カットオフ周波数を f_c とする時、 $FSF = 2\pi f_c$ を表わします。

We now introduce the impedance conversion factor Z and the frequency conversion factor FSF . Z represents the multiplier that multiplies the impedances of C and R by Z . FSF represents the $FSF = 2\pi f_c$ when the cutoff frequency is f_c .

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = Z \\ C_1 &= 1/FSF/Z \end{aligned} \quad (4-7)$$

2 次の回路部分 2nd order section

`hpat1_2.cir` を使用する場合 When using `hpat1_2.cir`

利得を 1 とすると、(4-2) と (3-6) より $C_3 = C_1$ となります。

$C_2 = mC, C_1 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

If the gain is 1, then from equations (4-2) and (3-6) we get $C_3 = C_1$.

if $C_2 = mC, C_1 = C, R_1 = R, R_2 = kR$,

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_2 C_3 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (4-8)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} = \frac{2+m}{mkCR} \quad (4-9)$$

(4-8), (4-9) から、 From equations (4-8) and (4-9),

$$\begin{aligned} \omega_{ck}^2 &= \frac{1}{mk(CR)^2} = \frac{(2+m)^2}{m^2 k^2 (CR)^2} Q_k^2 \\ \therefore k &= \frac{(2+m)^2}{m} Q_k^2 \end{aligned} \quad (4-10)$$

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

第4章 ハイパスフィルタの合成

従って、 $m = 1, k = 9 \cdot Q_k^2$ 、変換係数 Z 、FSF を適用して、

Therefore, applying the conversion coefficients $m = 1, k = 9 \cdot Q_k^2$, Z and FSF,

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = C_3 = 1/Z/FSF, C_2 = m/Z/FSF \quad (4-11)$$

2 次の回路部分 2nd order section

hpat2_2.cir を使用する場合 When using hpat2_2.cir

(4-3) と (3-6) より、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

From equations (4-3) and (3-6), if $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$,

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (4-12)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} = \frac{1+m}{mkCR} \quad (4-13)$$

(4-12), (4-13) から、 From equations (4-12) and (4-13),

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} = \frac{(1+m)^2}{m^2 k^2 (CR)^2} Q_k^2 \quad (4-14)$$

$$\therefore k = \frac{(1+m)^2}{m} Q_k^2$$

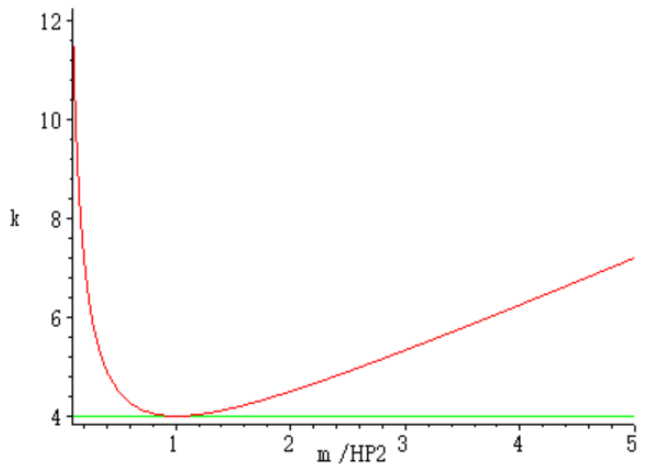
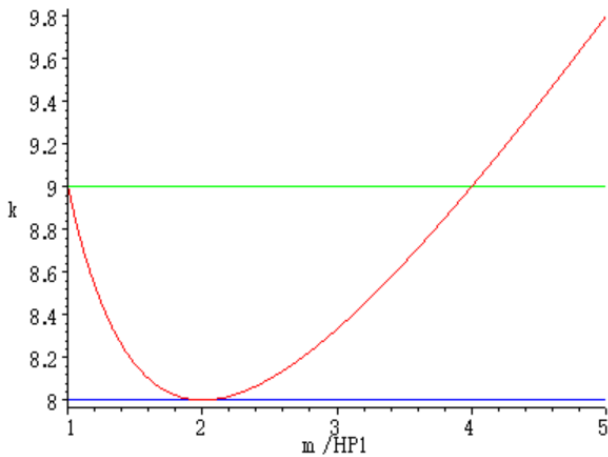
従って、 $m = 1, k = 4 \cdot Q_k^2$ 、変換係数 Z 、FSF を適用して、

Therefore, applying the conversion coefficients $m = 1, k = 4 \cdot Q_k^2$, Z and FSF,

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (4-15)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は (3-7) に従います。

In the above equation, ω_{ck} and Q_k follow Equation (3-7).



4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-a バターワースハイパスフィルタへの適用

4-2-b チェビシェフハイパスフィルタへの適用

4-2-b Application to Chebyshev high-pass filter

チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、カットオフ周波数 f_c 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、(3-2)、(3-3) を適用して、

When the Chebyshev high-pass filter order m , cutoff frequency f_c , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Chebyshev high-pass filter is, by applying Eqs. (3-2) and (3-3),

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-10)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{s^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-11)$$

(3-10), (3-11) において In equations (3-10) and (3-11)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-12)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分 1st order section

h p 1__1. c i r が使用されます。hp1_1.cir will be used.

カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、(3-12) より、

If the cutoff frequency is f_c and the value of R is Z, from Eq. (3-12),

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c / \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = R_2 = Z$$

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

(4-16)

2 次の回路部分 2nd order section

h p a t 1__2. c i r を使用する場合 When using hpat1_2.cir

バターワースハイパスフィルタの場合と同様に、正の値 m に対して、

As in the case of the Butterworth high-pass filter, for positive values of m,

$$k = \frac{(2+m)^2}{m} Q_k^2 \quad (4-10)$$

従って、 $m=1, k=9 \cdot Q_k^2$, 変換係数 Z, F S F を適用して、

Therefore, applying the conversion coefficients $m=1, k=9 \cdot Q_k^2$, Z and FSF,

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = C_3 = 1/Z/FSF, C_2 = m/Z/FSF \quad (4-11)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は (3-12) に従います。

In the above equation, ω_{ck} and Q_k follow Equation (3-12).

h p a t 2__2. c i r を使用する場合 When using hpat2_2.cir

バターワースハイパスフィルタの場合と同様に、正の値 m に対して、

As in the case of the Butterworth high-pass filter, for positive values of m,

$$k = \frac{(1+m)^2}{m} Q_k^2 \quad (4-14)$$

従って、 $m=1, k=4 \cdot Q_k^2$, 変換係数 Z, F S F を適用して、

Therefore, applying the conversion coefficients $m=1, k=4 \cdot Q_k^2$, Z and FSF,

$$FSF = \sqrt{mk} \omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF \quad (4-15)$$

上式に於いて、 ω_{ck} 及び Q_k は (3-12) に従います。

In the above equation, ω_{ck} and Q_k follow Equation (3-12).

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-b チェビシェフハイパスフィルタへの適用

4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

4-2-c Application to inverse Chebyshev high-pass filter

逆チェビシェフハイパスフィルタの次数 m 、周波数 f_c における減衰量 $atts(db)$ とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(3-2) から (3-4) を適用して、逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は、

Let the order m of the inverse Chebyshev high-pass filter and the attenuation $atts(db)$ at frequency f_c be $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$. Applying equations (3-2) to (3-4), the transfer function of the inverse Chebyshev high-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s}{s + \omega_d} \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-14)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{(s^2 + r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad (3-15)$$

(3-14)、(3-15) において In equations (3-14) and (3-15)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (3-16)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \omega_c \sinh(d)$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

1 次の回路部分 1st order section

(3-14) より hp1_1.cir が使用されます。

カットオフ周波数を f_c , R の値を Z とすると、

From equation (3-14), hp1_1.cir is used.

Let the cutoff frequency be F and the value of R be Z,

$$\omega_c = 2\pi f_c, \omega_d = \omega_c \sinh(d), FSF = \omega_d$$

$$R_1 = R_2 = Z$$

(4-17)

$$C_1 = 1/FSF/Z$$

2 次の回路部分 2nd order section

lpet1_2.cir を使用する場合 When using lpet1_2.cir

(4-4) と (3-15) より、 $R_3 = R_2$ From equations (4-4) and (3-15),

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-18)$$

$$r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2 \quad (4-19)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (4-20)$$

(4-18) と (4-20) より、

$$9R_1^2 Q_k^2 = (R_1 + R_4)^2 \quad (4-21)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k^2 - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right)$$

(4-19) より、

$$R_2 = \frac{r_k^2}{\omega_{ck}^2} R_4 \quad (4-22)$$

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-c 逆チェビシェフハイパスフィルタへの適用

(4-18) より、 From Equation (4-18),

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF \quad (4-23)$$

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet2_2.cir

(4-5) と (3-15) より、 From equations (4-5) and (3-15),

$$r_k^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-24)$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} r_k^2 \quad (4-25)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} r_k \quad (4-26)$$

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \quad (4-27)$$

(4-25) より、 From equation (4-25),

$$kr = \left(\frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 (1+kd) - 1 > \left(\frac{\omega_{ck}}{r_k} \right)^2 - 1 > 0 \dots \Theta kd > 0 \quad (4-28)$$

まず、 kr を (4-28) を満足する値に設定します。このとき、(4-25) より、

First, set KR to a value that satisfies Equation (4-28). At this time, from Eq. (4-25),

$$kd = \left(\frac{r_k}{\omega_{ck}} \right)^2 (1+kr) - 1 \quad (4-29)$$

(4-26) より、 From equation (4-26),

$$\begin{aligned} kd+kr+4(1-kk) &= \frac{\omega_{ck}(1+kd)}{r_k Q_k} \\ \therefore kk &= \frac{kd+kr+4 - \frac{\omega_{ck}(1+kd)}{r_k Q_k}}{4} > 1 \end{aligned} \quad (4-30)$$

$$\therefore kr > \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k \omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k \omega_{ck}}$$

(4-27) より、 From equation (4-27),

$$R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6 \quad (2-46)$$

従って、(4-24) より、変換係数を $FSF = r_k$ とすると、

Therefore, from Equation (4-24), if the conversion factor is $FSF = r_k$,

$$\begin{aligned} FSF = r_k, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF, R_1 = Z/2 \\ R_2 = 2Z/kr, R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{1+kd}{kk} R_6 \\ C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2 \end{aligned} \quad (2-47)$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{\omega_{ck}}{r_k}\right)^2 - 1, \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k\omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k\omega_{ck}}\right]$ を満足する kr に対して、

However, for kr that satisfies $kr > \max\left[\left(\frac{\omega_{ck}}{r_k}\right)^2 - 1, \frac{Q_k(\omega_{ck}^2 - r_k^2) + r_k\omega_{ck}}{Q_k(\omega_{ck}^2 + r_k^2) - r_k\omega_{ck}}\right]$,

$$kd = \left(\frac{r_k}{\omega_{ck}}\right)^2 (1+kr) - 1 \quad (4-29)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{\omega_{ck}(1+kd)}{r_k Q_k}}{4} \quad (4-30)$$

4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用

4-2-d Application to Elliptic Function High Pass Filter

楕円関数ハイパスフィルタの次数 m (未知), カットオフ周波数 f_p 、通過域のリプル $att_p(\text{db})$ 、周波数 f_s において最低減衰量 $atts(\text{db})$ を確保する場合、

$x_L = f_p/f_s = 1/k$, $\omega_p = 2\pi f_p$, $K = K(k)$ として、伝達関数は

For an elliptic function high-pass filter of order m (unknown), cutoff frequency f_p , passband ripple $att_p(\text{db})$, and minimum attenuation $atts(\text{db})$ at frequency f_s , the transfer

function, as $x_L = f_p/f_s = 1/k$, $\omega_p = 2\pi f_p$, $K = K(k)$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{att_p/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{att_p/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

m を切り上げる Round up m

とする時、(3-2), (3-3), (3-4) を適用して、

Then, by applying equations (3-2), (3-3), and (3-4)

m が奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{s}{s + \omega_p/\sigma} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{x_\nu^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_\nu)^2 \right\}}{(m-1)/2 \sqrt{C_H \sigma q_\nu} \left(s^2 + \frac{p_\nu}{q_\nu} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_\nu} \right)} \quad (3-21)$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_p, s) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{x_v^2 \left\{ s^2 + (\omega_p/x_v)^2 \right\}}{\sqrt[m/2]{C_H q_v} \left(s^2 + \frac{p_v}{q_v} \omega_p s + \frac{\omega_p^2}{q_v} \right)} \quad (3-22)$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_v^2 \omega_p^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_{zv}^2 \omega_p^2 \right]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

(3-31) と (3-32) を (4-4) と (4-5) の2次式の部分と比較して楕円関数ハイパスフィルタを合成します。

カットオフ周波数を $\omega_p = 2\pi f_p$ とします。合成に先立って、 $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$ が求められ

ているものとします。さらに、計算式を解りやすくするために、 $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ とします。

Compare equations (3-31) and (3-32) with the quadratic parts of equations (4-4) and (4-

5) to synthesize an elliptic function high-pass filter. Let $\omega_p = 2\pi f_p$ be the cutoff

frequency. We assume that $C_H, \sigma, x_v \omega_p, p_v, q_v$ has been obtained prior to synthesis.

Furthermore, to make the equation easier to understand, let $\omega_{0v} = x_v \omega_p$ be

1 次の回路部分 1st order section

定義より、 $\left| H_m(\omega_p, \infty) \right| = 1$ なので、hp1_1.cir が使用されます。

From the definition, since $\left| H_m(\omega_p, \infty) \right| = 1$, hp1_1.cir is used.

$$FSF = \omega_p / \sigma, \quad R_1 = R_2 = Z, \quad C_1 = 1/Z/FSF \quad (4-31)$$

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet1_2.cir

(4-4) と (3-22) より、 From equations (4-4) and (3-22),

$$\frac{\omega_p^2}{q_v} = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \quad (4-32)$$

$$\omega_{0v}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \frac{\omega_p^2}{q_v} \quad (4-33)$$

$$\frac{p_v}{q_v} \omega_p = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1 \omega_p}{(R_1 + R_4) \sqrt{q_v}} \quad (4-34)$$

$$G = \frac{x_v^2}{\sqrt{(m-1)/2} C_H \sigma q_v} (m = odd) \quad G = \frac{x_v^2}{\sqrt{m/2} C_H q_v} (m = even) \text{ として、 } R_3 = GR_2$$

(4-32) より、 From Equation (4-32),

$$FSF = \omega_p / \sqrt{q_v} \text{ として、 } R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF \quad (4-35)$$

(4-33) より、 From Equation (4-33),

$$R_2 = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} R_4 \quad (4-36)$$

ただし、 $\omega_{0v} = \omega_p / x_v$ とします。 However, $\omega_{0v} = \omega_p / x_v$ is assumed.

(4-34) より、 From Equation (4-34),

$$R_1 = \frac{p_v}{3\sqrt{q_v} - p_v} R_4 \quad (3\sqrt{q_v} - p_v > 0) \quad (4-37)$$

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet2_2.cir

(4-5) と (3-22) より、 From equations (4-5) and (3-22),

$$\omega_{0v} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (4-38)$$

$$\frac{\omega_p^2}{q_v} = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{0v}^2 \quad (4-39)$$

4-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

4-2-d 楕円関数ハイパスフィルタへの適用

$$\frac{p_v}{q_v} \omega_p = \frac{kd + kr + 4(1 - kk)}{(1 + kd)} \omega_{0v} \quad (4-40)$$

$$G = \frac{x_v^2}{(m-1)/2 \sqrt[m]{C_H \sigma q_v}} (m = \text{odd}) \quad G = \frac{x_v^2}{m/2 \sqrt[m]{C_H q_v}} (m = \text{even}) \text{ として、}$$

$$\text{As } G = \frac{x_v^2}{(m-1)/2 \sqrt[m]{C_H \sigma q_v}} (m = \text{odd}) \quad G = \frac{x_v^2}{m/2 \sqrt[m]{C_H q_v}} (m = \text{even}),$$

$$G = \frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (4-41)$$

(4-39) より、 From equation (4-39),

$$kr = \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} (1 + kd) - 1 > \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1 > 0 \dots \dots \ominus kd > 0 \text{ を満足する } kr \text{ に対して、}$$

$$\text{For } kr \text{ satisfying } kr = \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} (1 + kd) - 1 > \frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1 > 0 \dots \dots \ominus kd > 0,$$

$$kd = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} (1 + kr) - 1 \quad (4-42)$$

(4-40) より、 From Equation (4-40),

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{p_v \omega_p (1 + kd)}{4 q_v \omega_{0v}} > 1 \quad (4-43)$$

$$\therefore kr > \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}}$$

(4-41) より、 From Equation (4-41),

$$R_4 = \frac{1 + kd}{kk} GR_6 \quad (4-44)$$

$$\text{従って、 } kr > \max \left[\frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1, \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}} \right] \text{ に対して、}$$

Thus, for $kr > \max[\frac{\omega_p^2}{q_v \omega_{0v}^2} - 1, \frac{\omega_p^2 - q_v \omega_{0v}^2 + p_v \omega_p \omega_{0v}}{\omega_p^2 + q_v \omega_{0v}^2 - p_v \omega_p \omega_{0v}}]$, .

$$FSF = \omega_{0v} = \omega_p / x_v, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF$$

$$R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr, R_3 = (kk - 1)R_5$$

$$R_4 = \frac{1 + kd}{kk} GR_6, C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、However,

$$kd = \frac{q_v \omega_{0v}^2}{\omega_p^2} (1 + kr) - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{p_v \omega_p (1 + kd)}{4q_v \omega_{0v}}$$

アナログフィルタの設計と合成

第5章 バンドパスフィルタの設計

Chapter 5: Bandpass Filter Design

5-1 バンドパスフィルタの種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

5-1 Types of Bandpass Filters and Frequency Response Graphs

- a. Butterworth bandpass filter
- b. Chebyshev bandpass filter
- c. Inverse Chebyshev bandpass filter
- d. Elliptic function band pass filter

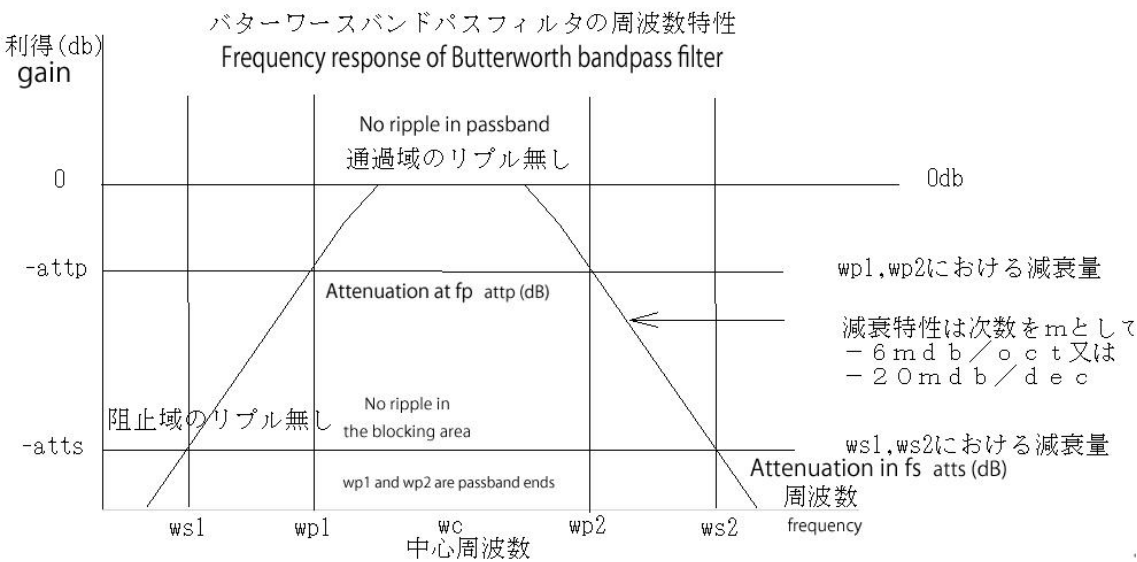


図 5-1 バターワースバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-1 Frequency response of Butterworth bandpass filter

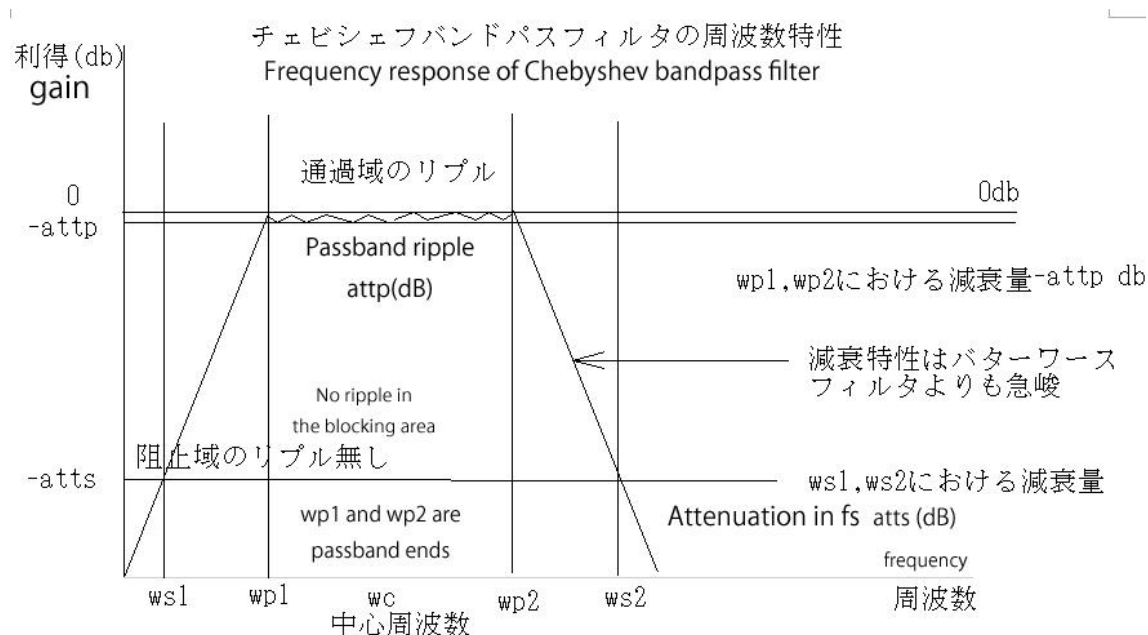


図 5-2 チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-2 Frequency response of Chebyshev bandpass filter

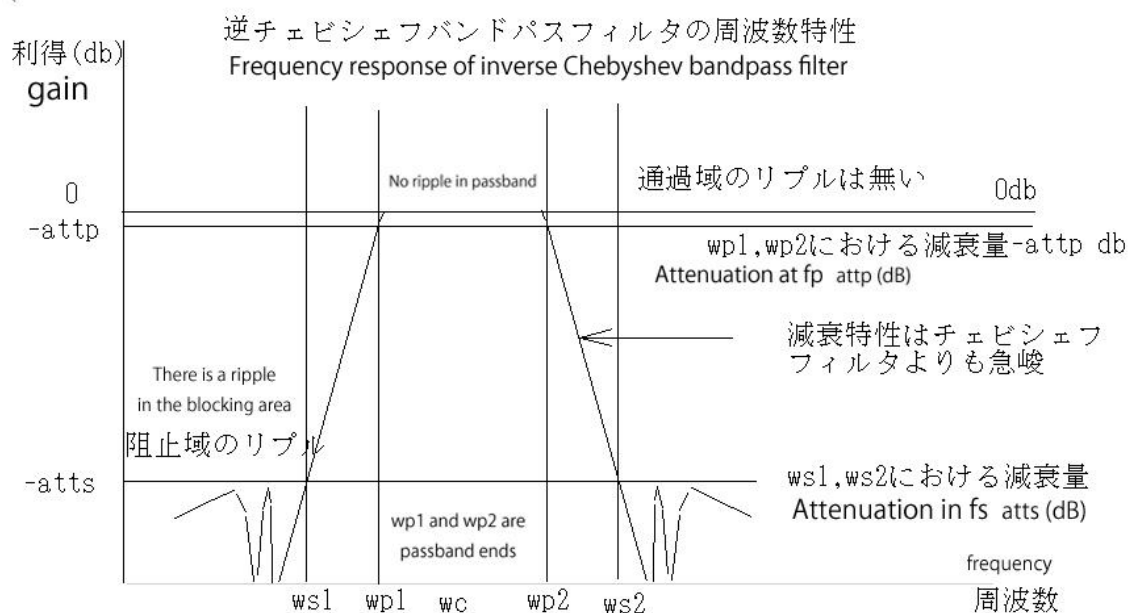


図 5-3 逆チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-3 Frequency response of inverse Chebyshev bandpass filter

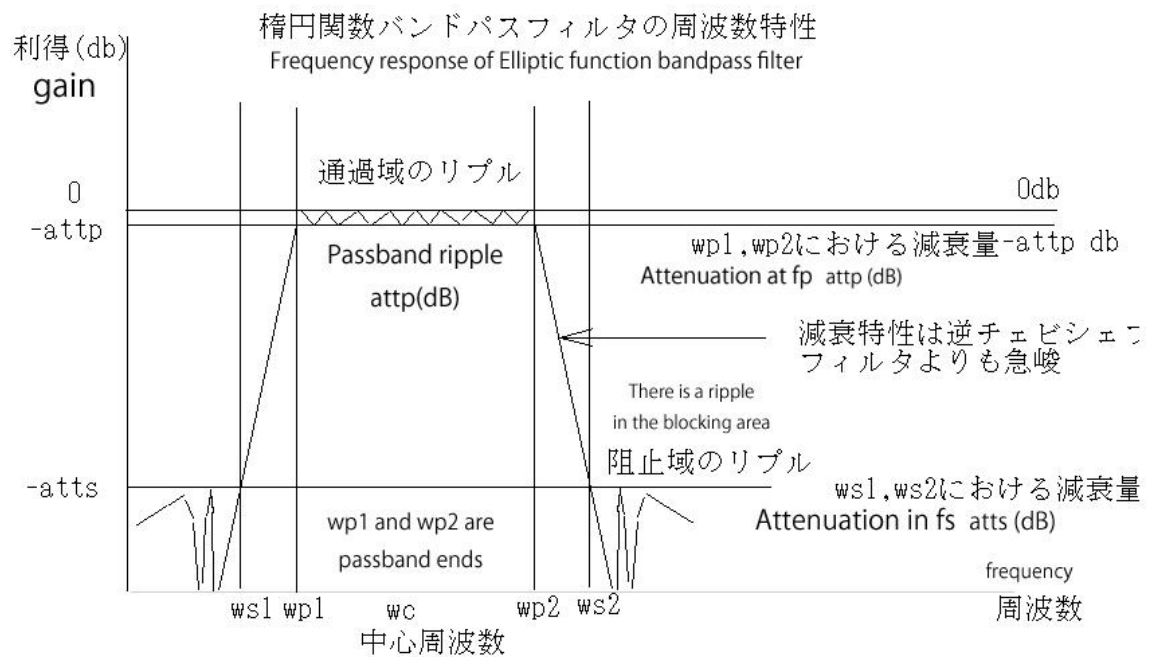


図 5 - 4 楕円関数バンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-4 Frequency response of elliptic function bandpass filter

5-2 ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する

5-2 Converting a low-pass filter to a band-pass filter

中心周波数 $f_c(\omega_c = 2\pi f_c)$ 、通過域の上限、下限の周波数 ω_{p1}, ω_{p2} における減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、減衰量を指定する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ のバンドパスフィルタ

の伝達関数は、 $\omega_c = 1$ において減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、 $\omega_s = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1})$ において減衰

量 $\text{atts}(\text{db})$ として設計したローパスフィルタの伝達関数において s の代わりに $\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s}$ を代

入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ を ω_c と書き換えることで得られます。

ここに、バンドパスフィルタの Q を Q_{bp} としたとき、 $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ です。 attp は通

過域の上限、下限における減衰量であり、バターワースフィルタの場合 $\text{attp} = 3.01$ 固定、チェビシェフフィルタの場合 attp はリプルの量を表します。

The transfer function of the bandpass filter with center frequency $f_c(\omega_c = 2\pi f_c)$, attenuation $\text{attp}(\text{db})$ at the upper and lower passband frequencies ω_{p1} and ω_{p2} , and attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at the frequencies ω_{s1} and ω_{s2} , which specify the attenuation, can

be obtained by substituting $\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s}$ for s in the low pass filter transfer function

designed as attenuation $\text{attp}(\text{db})$ in $\omega_c = 1$ and attenuation $\text{atts}(\text{db})$ in $\omega_s = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1})$, and then rewriting $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ as ω_c .

Here, Q for a bandpass filter is Q_{bp} , and $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$. attp is the amount of

attenuation at the upper and lower limits of the passband; for a Butterworth filter, $\text{attp} = 3.01$ fixed, and for a Chebyshev filter, attp is the amount of ripple.

1 次の回路の変換 First-order circuit conversion

バターワースの式 (1-7) については、For Butterworth's equation (1-7),

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{1}{s + 1} \rightarrow \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + 1} = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \quad (5-1)$$

5-2 ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換する

$\omega = \omega_c$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$ The gain A_1 at $\omega = \omega_c$ is $A_1 = 1$

チェビシェフの式 (1-31) と逆チェビシェフの式 (1-42) については、
For Chebyshev's equation (1-31) and inverse Chebyshev's equation (1-42),

$$\begin{aligned} \frac{\omega_d}{s + \omega_d} &\rightarrow \frac{\omega_d}{\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s} + \omega_d} = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-2)$$

$\omega = \omega_c$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$ The gain A_1 at $\omega = \omega_c$ is $A_1 = 1$

楕円関数の式 (1-140) については、 For the elliptic function equation (1-140),

$$\begin{aligned} \frac{1}{s + \sigma} &\rightarrow \frac{1}{\frac{s^2 + \omega_0^2}{B_w s} + \sigma} = \frac{B_w s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{B_w s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-3)$$

$\omega = \omega_c$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1/\sigma$ The gain A_1 at $\omega = \omega_c$ is $A_1 = 1/\sigma$

2 次の回路の変換 Second-order circuit conversion

(1-7), (1-8), (1-31), (1-32) 及び (1-42), (1-43) については、
The formulae (1-7), (1-8), (1-31), (1-32), and (1-42), (1-43) are

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\left(\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s}\right)^2 + (\omega_{ck}/Q_k)\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} + \omega_{ck}^2} \\ &= \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{s^4 + \frac{B_w \omega_{ck}}{Q_k} s^3 + (2\omega_c^2 + B_w^2 \omega_{ck}^2) s^2 + \frac{B_w \omega_c^2 \omega_{ck}}{Q_k} s + \omega_c^4} \\ &= \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \end{aligned} \quad (5-4)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-6}$$

(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換した (5-4) は中心周波数 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ と $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ の2つの1次のバンドパスフィルタを縦続接続することを表わしています。中心周波数 $\omega = \omega_{ra}$ と $\omega = \omega_{rb}$ におけるゲイン A_2 は互いに等しく、

Equations (1-7), (1-8), (1-31), and (1-32) transformed (5-4) represent two first-order bandpass filters of center frequencies $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ and $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ connected vertically. The following equation (5-4) represents two first-order bandpass filters connected vertically at the center frequencies $\omega = \omega_{ra}$ and $\omega = \omega_{rb}$. The gains A_2 at the center frequencies $\omega = \omega_{ra}$ and $\omega = \omega_{rb}$ are equal to each other,

$$\begin{aligned}
 A_2^2 &= \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 \omega_{ra} \omega_{rb}}{K \omega_{ra} M \omega_{rb}} = \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2}{KM} \\
 \therefore A_2 &= \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}
 \end{aligned} \tag{5-7}$$

従って、(5-4) をつぎの様に書き換えて、 $\omega = \omega_{ra}$ と $\omega = \omega_{rb}$ におけるゲイン A_2 を計算し、

(5-7) を適用して各1次のバンドパスフィルタの伝達関数を決定します。

Therefore, rewrite (5-4) as follows to calculate the gain A_2 at $\omega = \omega_{ra}$ and $\omega = \omega_{rb}$, and apply (5-7) to determine the transfer function of each first-order bandpass filter.

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\
 &= \frac{G_1 s}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{G_2 s}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
 \end{aligned} \tag{5-8}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{G_1 \omega_{ra}}{K \omega_{ra}} &= \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad \therefore G_1 = B_w \omega_{ck} \sqrt{K/M} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} K \\
 \frac{G_2 \omega_{rb}}{M \omega_{rb}} &= \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad \therefore G_2 = B_w \omega_{ck} \sqrt{M/K} = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} M
 \end{aligned} \tag{5-9}$$

従って、(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換したバンドパスフィルタの伝達関数は最終的に次のようになります。

Thus, the transfer function of the bandpass filter transforming equations (1-7), (1-8), (1-31) and (1-32) ultimately becomes

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{B_w^2 \omega_{ck}^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{\frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} Ks}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{\frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} Ms}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \end{aligned} \quad (5-10)$$

(5-10) において、 In Equation (5-10),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-6)$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-11)$$

各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra}, ω_{rb} におけるゲインは、

The gain at the center frequency WAB of each bandpass filter is,

$$A_2 = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}} \quad (5-7)$$

次に、逆チェビシェフローパスフィルタの (1-42), (1-43) については、

Next, equations (1-42) and (1-43) for the inverse Chebyshe flow-pass filter are,

$$\begin{aligned} r_k^2 s^2 + 1 &\rightarrow \frac{r_k^2 (s^2 + \omega_c^2)^2}{B_w^2 s^2} + 1 = \frac{r_k^2 s^4 + (B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2) s^2 + r_k^2 \omega_c^4}{B_w^2 s^2} \\ &= \frac{r_k^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{B_w^2 s^2} \end{aligned} \quad (5-12)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-13)$$

従って、(1-42), (1-43) については (5-4) と (5-12) から、

Thus, from (5-4) and (5-12), equations (1-42) and (1-43) are,

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-14)$$

(5-6), (5-13) において、 $N > L > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、(5-14) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

In equations (5-6) and (5-13), since $N > L > 1$ holds, and $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$, we see that (5-14) is the vertical connection of a second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} and a second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} .

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとして、
Suppose that the gain at each $\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ frequency is equal A_2 ,

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N\omega_c^2 - \omega_{ra}^2)(\omega_{rb}^2 - \omega_c^2/N)}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\ &= \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N-L)(1/L - 1/N)\omega_c^4}{KM\omega_c^2} = \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (N-L)^2}{KLMN} \omega_c^2 \\ \therefore A_2 &= \frac{(N-L)}{\sqrt{KLMN}} r_k \omega_{ck} \omega_c = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} r_k \omega_{ck} \omega_c \end{aligned} \quad (5-15)$$

(5-14) のローパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$ と考えると、 $\omega = \omega_{ra}$

におけるゲインを計算して、(5-15) を適用すると、

Considering the transfer function of the low-pass filter portion of equation (5-14) to be

$\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$, the gain at $\omega = \omega_{ra}$ is calculated and (5-15) is applied,

$$\frac{G_1(N-L)\omega_c^2}{K\sqrt{L}\omega_c} = A_2 = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} r_k \omega_{ck} \omega_c \quad (5-16)$$

$$\therefore G_1 = r_k \omega_{ck} \sqrt{L/N}$$

同様に、(5-14) のハイパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$ と考えると、

$\omega = \omega_{rb}$ におけるゲインを計算して、(5-15) を適用すると、

Similarly, considering $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$ as the transfer function of the high-pass filter

portion of equation (5-14), if we calculate the gain in $\omega = \omega_{rb}$ and apply (5-15),

$$G_2 = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-17)$$

従って、(5-14) は次のように書き換えられます。

Thus, equation (5-14) can be rewritten as

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{r_k^2 \omega_{ck}^2 (s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{r_k \omega_{ck} \sqrt{L/N} (s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} (s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \end{aligned} \quad (5-18)$$

(5-18) において、 In equation (5-18),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-6)$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2 \\
 n_2 &= B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-13}$$

(5-18) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、
The gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in (5-18) is equal to the gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} ,

$$A_{2low} = A_{2high} = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \tag{5-19}$$

次に、楕円関数ローパスフィルタの (1-140), (1-142) は、
Next, equations (1-140) and (1-142) for the elliptic function low-pass filter are,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{s^2 + p_\nu s + q_\nu} &\rightarrow \frac{1}{\left(\frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} \right)^2 + p_\nu \frac{s^2 + \omega_c^2}{B_w s} s + q_\nu} \\
 &= \frac{B_w^2 s^2}{s^4 + B_w p_\nu s^3 + (2\omega_c^2 + B_w^2 q_\nu) s^2 + B_w p_\nu \omega_c^2 s + \omega_c^4} \\
 &= \frac{B_w^2 s^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}
 \end{aligned} \tag{5-20}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_\nu}{1 + L} \tag{5-21}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 q_\nu^2 - 4B_w^2 p_\nu^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_\nu \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 q_\nu^2 - 2p_\nu^2 \omega_c^2 + 4q_\nu \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_\nu B_w} + B_w^2 q_\nu}{4\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-22}$$

また、 $(1-140)$, $(1-142)$ は、

Equations (1-140) and (1-142) are ,

$$\begin{aligned} s^2 + (x_v \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_v^2 \dots (\Theta \omega_p = 1) \rightarrow \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{B_w^2 s^2} + x_v^2 \\ &= \frac{s^4 + (B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2)s^2 + \omega_c^4}{B_w^2 s^2} = \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{B_w^2 s^2} \end{aligned} \quad (5-23)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (5-24)$$

(5-20) および (5-23) により、 By formulas (5-20) and (5-23),

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \quad (5-25)$$

(5-22), (5-24) において、 $N > L > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、(5-25) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

In equations (5-22) and (5-24), since $N > L > 1$ holds, and $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$, we see that (5-25) is the vertical connection of a second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} and a second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} .

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、

Suppose that the gain at each $\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ frequency is equal A_2 ,

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{(N\omega_c^2 - \omega_{ra}^2)(\omega_{rb}^2 - \omega_c^2/N)}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\ &= \frac{(N-L)(1/L - 1/N)\omega_c^4}{KM\omega_c^2} = \frac{(N-L)^2}{KLMN} \omega_c^2 \\ \therefore A_2 &= \frac{(N-L)}{\sqrt{KLMN}} \omega_c = \frac{(N-L)}{K\sqrt{N}} \omega_c \end{aligned} \quad (5-26)$$

(5-25) のローパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$ と考えると、 $\omega = \omega_{ra}$

におけるゲインを計算して、(5-26) を適用すると、

Considering the transfer function of the low-pass filter portion of equation (5-25) to be

$\frac{G_1(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)}$, calculating the gain at $\omega = \omega_{ra}$ and applying (5-26)

$$\frac{G_1(N - L)\omega_c^2}{K\sqrt{L}\omega_c} = A_2 = \frac{(N - L)}{K\sqrt{N}}\omega_c \quad (5-27)$$

$$\therefore G_1 = \sqrt{L/N}$$

同様に、(5-25) のハイパスフィルタ部分の伝達関数を $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$ と考えると、

$\omega = \omega_{rb}$ におけるゲインを計算して、(5-26) を適用すると、

Similarly, considering $\frac{G_2(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$ as the transfer function of the high-pass filter

portion of equation (5-25), if we calculate the gain in $\omega = \omega_{rb}$ and apply (5-26),

$$G_2 = \sqrt{N/L} \quad (5-28)$$

従って、(5-25) は次のように書き換えられます。

Thus, equation (5-25) can be rewritten as

$$\begin{aligned} \frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} &\rightarrow \frac{(s^2 + N\omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\ &= \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \end{aligned} \quad (5-29)$$

(5-29) において、 In equation (5-29),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \quad (5-21)$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w} + B_w^2 q_v}{4\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-22}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-24}$$

(5-29) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、
 The gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency WA in (5-29) is equal to the gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency WB,

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{N/L} \tag{5-30}$$

5-3 バターワースバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

5-3 Summary of Transfer Function of Butterworth Bandpass Filter

バターワースバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(5-1)、(5-10)を適用して、バターワースバンドパスフィルタの伝達関数は

When the order m , center frequency ω_c , and passband width B_w of the Butterworth bandpass filter are set as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, applying equations (5-1) and (5-10), the transfer function of the Butterworth bandpass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-31)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-32)$$

(5-31)、(5-32)において In equations (5-31) and (5-32)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$\omega_{ck} = 1$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

2 次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、

The gain at the center frequencies ω_{ra} and ω_{rb} of each bandpass filter in the second-order part is,

$$G = \frac{B_w}{\sqrt{KM}} \quad (5-37)$$

m が奇数の時、1 次の部分のバンドパスフィルタ $\frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2}$ の中心周波数 ω_c におけるゲインは 1 となります。

When m is odd, the gain at the center frequency ω_c of the bandpass filter $\frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2}$ in the first-order part is 1.

5-4 与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計

5-4 Designing a Butterworth bandpass filter that meets given specifications

5-3までで、次数 m と中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w によってバターワースバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 5-3, the order m , center frequency ω_c , and passband width B_w allow us to design a Butterworth bandpass filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the two given frequencies and their respective attenuations.

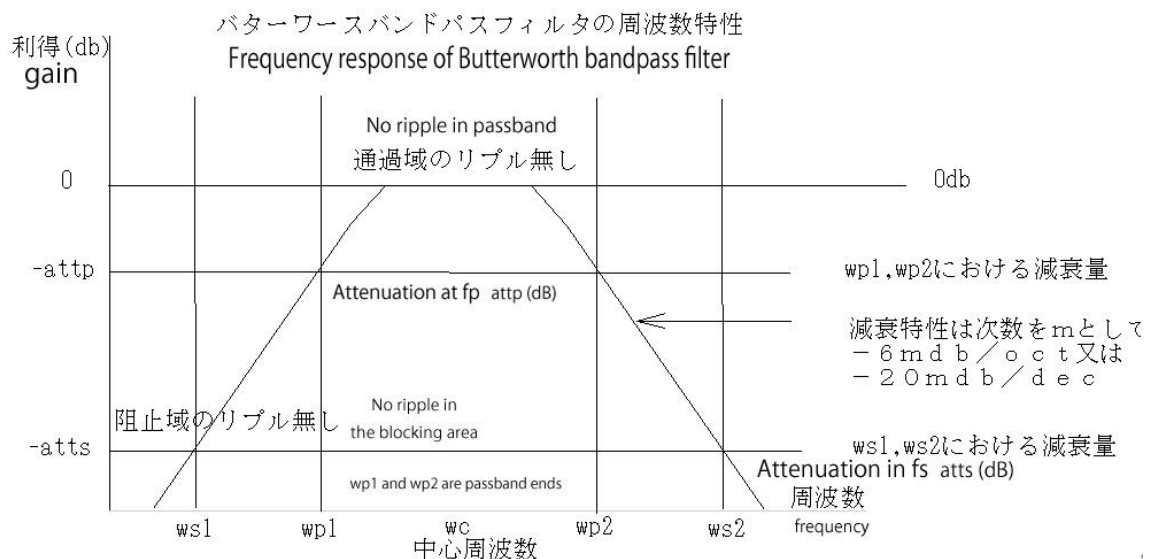


図5-1 バターワースバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-1 Frequency response of Butterworth bandpass filter

5-4 与えられた仕様を満たすバターワースバンドパスフィルタの設計

図5-1における、 $(\omega_{p2}-\omega_{p1}), \omega_{s1}, \omega_{s2}, \omega_c, \text{attp}, \text{atts}$ を与えられて、フィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

Given $(\omega_{p2}-\omega_{p1}), \omega_{s1}, \omega_{s2}, \omega_c, \text{attp}, \text{atts}$ in Figure 5-1, find the order m of the filter and finally the transfer function.

ここに、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2, \text{attp}=3$ とします。

Let $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ 、 $\text{attp} = 3$.

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{\text{atts}/10} - 1}{10^{\text{attp}/10} - 1}\right)}{2.0 \log\left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}\right)} \quad (5-38)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m と ω_c を(5-32)から(5-37)に適用すると最終的な設計が完了します。

Next, m and ω_c are applied to (5-32) through (5-37) to complete the final design.

5-5 チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

5-5 Summary of transfer function of Chebyshev bandpass filter

チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、(5-2), (5-10) を適用して、

Let the Chebyshev bandpass filter order m , center frequency ω_c , passband width B_w , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$. The transfer function of the Chebyshev bandpass filter is (5-2), (5-10), applying

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-39)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-40)$$

(5-39), (5-40) において In equations (5-39) and (5-40)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

5-5 チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-43}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \tag{5-44}$$

各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、 $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

The gain at the center frequencies ω_{ra} and ω_{rb} of each bandpass filter is $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

mが奇数の時、1次の部分のバンドパスフィルタBPの中心周波数 ω_c におけるゲインは1となります。

When m is odd, the gain at the center frequency ω_c of the bandpass filter $\frac{B_w \omega_{ck}}{s^2 + B_w \omega_{ck} s + \omega_c^2}$ in the first-order part is 1.

5-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-6 Design of Chebyshev bandpass filter satisfying given specifications

5-5 までで、フィルタの次数 m と中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 及び通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ によってチェビシェフバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 5-5, the filter order m , center frequency ω_c , passband width B_w , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$ allow us to design a Chebyshev bandpass filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the two given frequencies, attenuation and ripple.

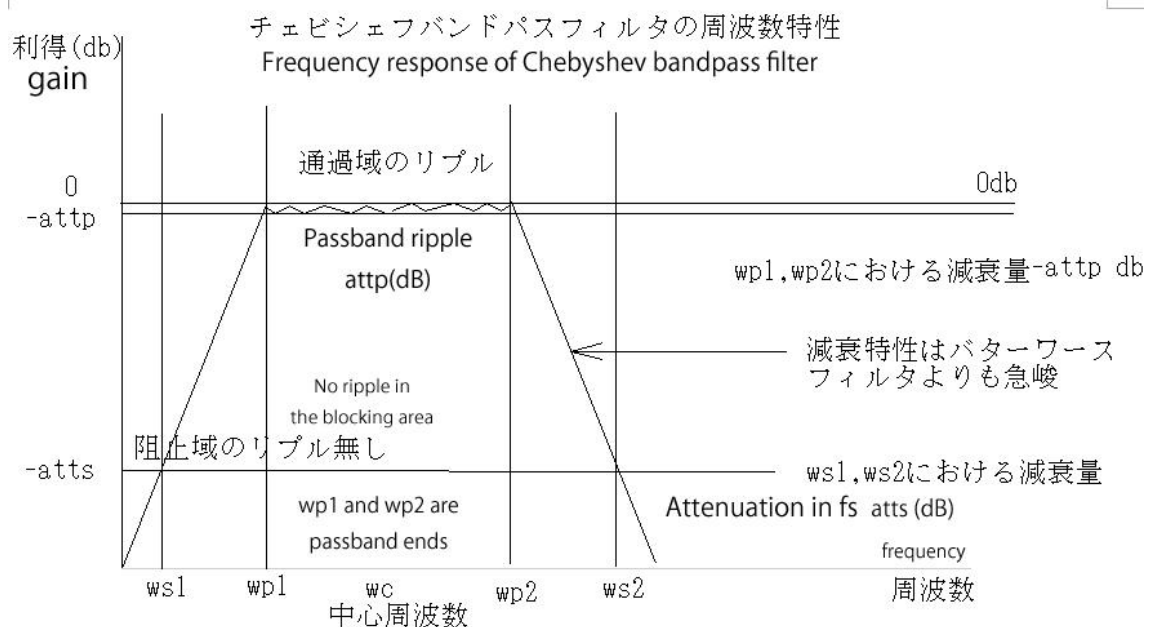


図 5-2 チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-2 Frequency response of Chebyshev bandpass filter

図5-2における、wp1,wp2,ws1,ws2,wc,attp,attsを与えられて、チェビシェフバンドパスフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

To design a Chebyshev bandpass filter given wp1, wp2, ws1, ws2, wc, attp, and atts in Figure 5-2, first determine the order of the filter by the following formula.

ここに、 $B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}$, $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ とします。

Here, let us denote $B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}$, $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$.

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \right)} \quad (5-45)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、mを(5-39)から(5-44)に適用すると最終的な設計が完了します。

Next, m is applied to (5-39) through (5-44) to complete the final design.

5-7 逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

5-7 Summary of Transfer Function of Inverse Chebyshev Bandpass Filter

逆チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量atts(db)とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、(5-2)、(5-18)を適用して、

When the order m of the inverse Chebyshev bandpass filter, the center frequency ω_c , the passband width B_w , and the attenuationatts(db) at ω_{s1} , the transfer function of the inverse Chebyshev bandpass filter is as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, applying (5-2) and (5-18),

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-46)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-47)$$

(5-46)、(5-47)において In equations (5-46) and (5-47)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

5-7 逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w \omega_{ck} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \quad (5-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

(5-46), (5-47) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

The gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in Equations (5-46) and (5-47) and the gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-52)$$

式 (5-46) の1次の部分のバンドパスフィルタ $\frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2}$ の中心周波数 ω_c におけるゲインは、1 となります。

The gain at the center frequency ω_c of the bandpass filter $\frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2}$ in the first-order part of (5-46) is 1.

逆チェビシェフバンドパスフィルタ設計における注意

1. 次ページの図 5-3 における、wp1, wp2, ws1, ws2, attp, atts に基づき、次数 m を式 (5-54) によって決定します。

1. Based on wp1, wp2, ws1, ws2, attp, and atts in Figure 5-3 on the next page, determine the order m using Equation (5-54).

2. $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1} \omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ として、(5-46) から (5-51) を適用します。

2. apply (5-46) through (5-51) as $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1} \omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$.

5-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計

5-8 Design of an inverse Chebyshev bandpass filter satisfying given specifications

5-7までで、次数 m と中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $atts(db)$ によって逆チェビシェフバンドパスフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 5-7, it is now possible to design an inverse Chebyshev bandpass filter based on the order m , the center frequency ω_c , and the attenuation $atts(db)$ in the passband widths B_w and ω_{s1} . The following shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the given two frequencies, attenuation and ripple.

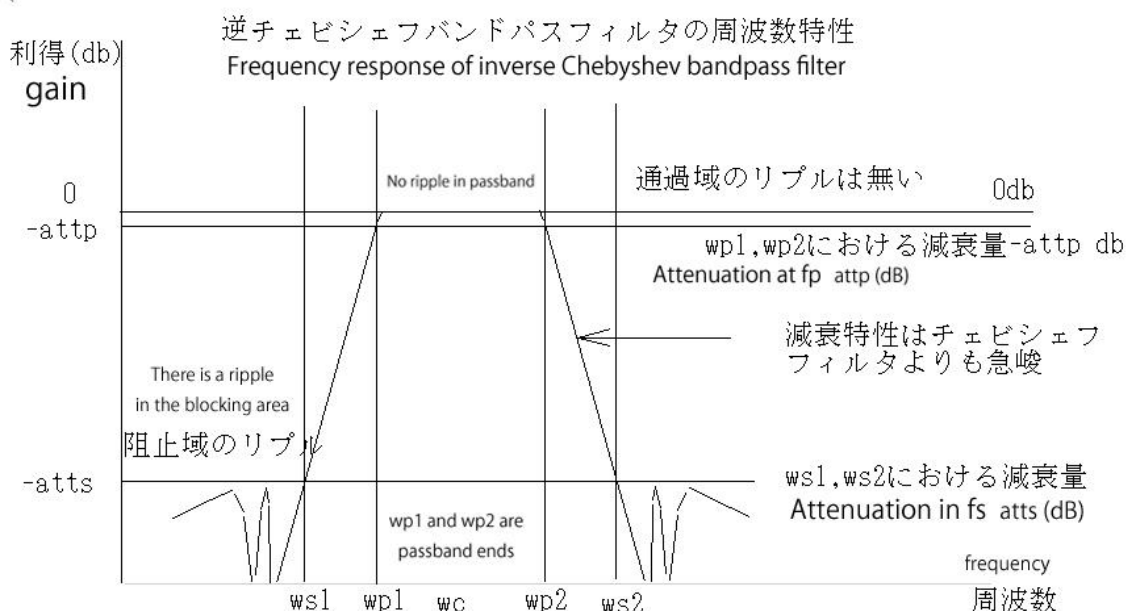


図 5-3 逆チェビシェフバンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-3 Frequency response of inverse Chebyshev bandpass filter

上図において、計算式における中心周波数 ω_c はこれまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 ω_{s1} 、 ω_{p1} はこれまで中心周波数 ω_c として扱われてきました。従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として f_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として f_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

In the above figure, the center frequency ω_c in the calculation formula is the frequency ω_{s1} and ω_{p1} , which specify the amount of attenuation in conventional Butterworth filters and the like, have been treated as the center frequency ω_c . Therefore, the formula for the case where the value of f_p is input as the cutoff frequency and the value of f_s is input as the frequency that specifies the amount of attenuation as in the past is as follows.

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{att_s/10} - 1}} \quad (5-53)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{att_s/10} - 1) / (10^{att_p/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}} \right)} \quad (5-54)$$

従って、フィルタの次数 m は (5-54) の d を切り上げて、
Thus, the filter order m is d in equation (5-54) rounded up,

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m を (5-46) から (5-52) に適用すると最終的な設計が完了します。
Next, m is applied to (5-46) through (5-52) to complete the final design.

5-9 楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数のまとめ

5-9 Summary of Transfer Function of Elliptic Function Bandpass Filter

楕円関数バンドパスフィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 通過帯域幅 B_w , 通過域のリップル $\text{attp}(\text{db})$, 周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

Elliptic function bandpass filter order m (unknown), center frequency ω_c , passband width B_w , passband ripple $\text{attp}(\text{db})$ in the passband, and minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at frequency ω_{s1} ,

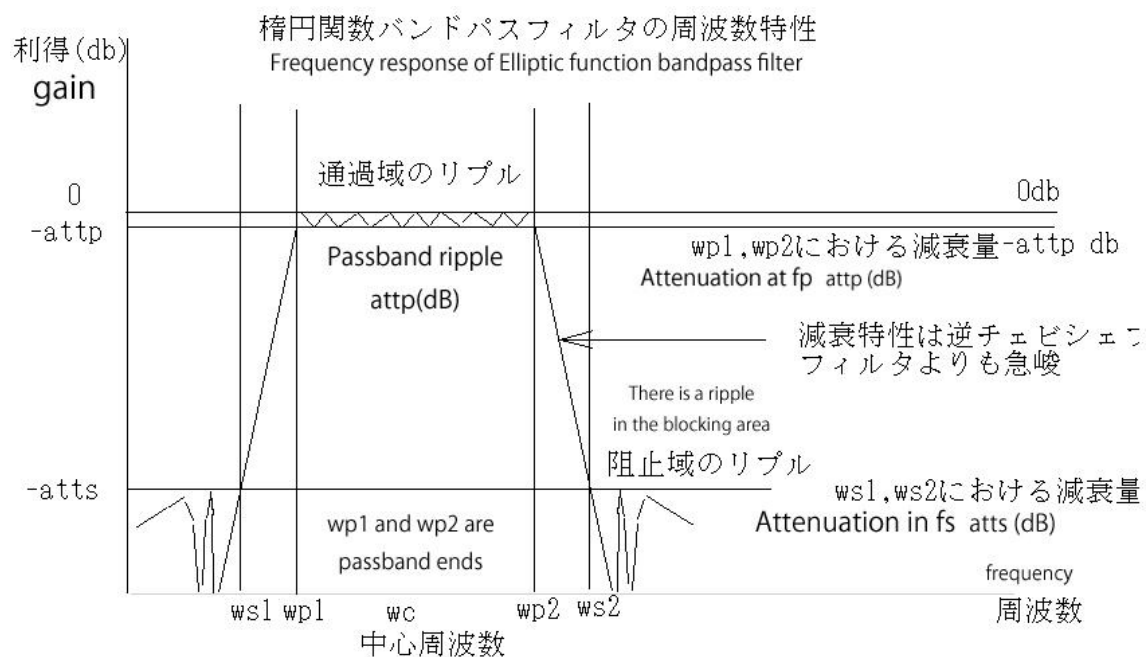


図 5-4 楕円関数バンドパスフィルタの周波数特性

Figure 5-4 Frequency response of elliptic function bandpass filter

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、As,

mが奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

mを切り上げる Round up m

とする時、(5-3), (5-29) を適用して、Then, applying Eqs. (5-3) and (5-29)

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma + \omega_c^2} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

(5-55)

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m-1]{C_H \sigma}$$

ただし、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_ν , q_ν shall satisfy the following equation

$$\prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2$$

$$= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2]$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + N\omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2/N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)}$$

$$= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-56)$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H}$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2$$

$$= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2]$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \quad (5-21)$$

$$l_1 = B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \quad (5-22)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} q_v B_w + B_w^2 q_v}{4\omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2} \quad (5-24)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(5-55), (5-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

The gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in equations (5-55) and (5-56) and the gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{N/L} / \sqrt{(m-1)} \sqrt{C_H \sigma} \dots\dots m = \text{even} \\ G &= \sqrt{N/L} / \sqrt{m} \sqrt{C_H} \dots\dots m = \text{odd} \end{aligned} \quad (5-57)$$

式(5-55)の1次の部分のバンドパスフィルタ $\frac{B_w \sigma s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2}$ の中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

The gain at the center frequency ω_c of the bandpass filter $\frac{B_w \sigma s}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2}$ in the first-order part of (5-55) is 1.

5-10 総体的なバンドパスフィルタの設計の手順

1. 通過帯域の下限周波数 ω_{p1} を入力
 2. 通過帯域の上限周波数 ω_{p2} を入力
 3. 通過帯域の上限・下限周波数における減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ を入力
(バターワースでは、 $\text{attp} = 3.01$ とします)
 4. 最低減衰量を指定する周波数 ω_s について、比率 $x_s (= \omega_s/\omega_{p2})$ を入力
 5. 最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を入力
 6. 中心周波数を計算する。 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$
 7. 最低減衰量を達成する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} を計算する。 $\omega_{s1} = \omega_{p1}/x_s, \omega_{s2} = x_s \omega_{p2}$
 8. 通過帯域幅 $B\omega$ を計算する。 $B\omega = (\omega_{p2} - \omega_{p1})$
- 以上により得られた、パラメータを各設計式で用います。

5-10 Procedures for designing an overall bandpass filter

1. input the lower passband frequency ω_{p1}
2. Enter the upper passband frequency ω_{p2}
3. Enter the attenuation $\text{attp}(\text{db})$ at the upper and lower passband frequencies.
(For Butterworth, $\text{attp} = 3.01$)
4. Enter the ratio $x_s (= \omega_s/\omega_{p2})$ for the frequency ω_s at which the minimum attenuation is specified.
5. Enter the minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$
6. Calculate the center frequency, ω_c
7. Calculate the frequencies ω_{s1} and ω_{s2} at which the minimum attenuation is achieved. $\omega_{s1} = \omega_{p1}/x_s, \omega_{s2} = x_s \omega_{p2}$
8. Calculate the passband width $B\omega$: $B\omega = (\omega_{p2} - \omega_{p1})$

The parameters obtained above are used in each design equation.

アナログフィルタの設計と合成

第6章 バンドパスフィルタの合成

Chapter 6: Synthesis of Bandpass Filters

6-1 バンドパスフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

6-1 Types of Bandpass Filters and Basic Circuit Forms

- a. Butterworth bandpass filter
- b. Chebyshev bandpass filter
- c. Inverse Chebyshev bandpass filter
- d. Elliptic function bandpass filter

1 次のバンドパスフィルタ基本回路 First-order bandpass filter basic circuit

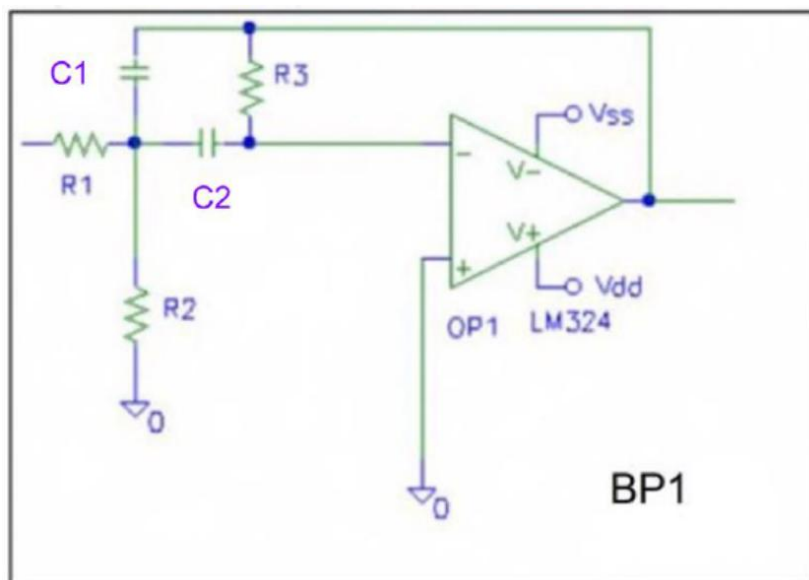


図 6 - 1 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP1 (bpat1_1.cir)

Figure 6-1 1st order bandpass filter basic circuit BP1 (bpat1_1.cir)

BP1(bpat1_1.cir)の伝達関数

Transfer function of BP1(bpat1_1.cir)

$$H_1(\omega_p, s) = -\frac{R_3}{2R_1} \frac{\frac{2}{CR_3}s}{s^2 + \frac{2}{CR_3}s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}} \quad (6-1)$$

バターワースまたはチェビシェフローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のバンドパスフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2個の1次のバンドパスフィルタに変換される。

Converting a Butterworth or Chebyshe flow-pass filter to a band-pass filter converts the first-order function of the low-pass filter to a first-order band-pass filter.

The second-order function of the low-pass filter is then transformed into two first-order bandpass filters.

1 次のバンドパスフィルタ基本回路 1st order bandpass filter basic circuit

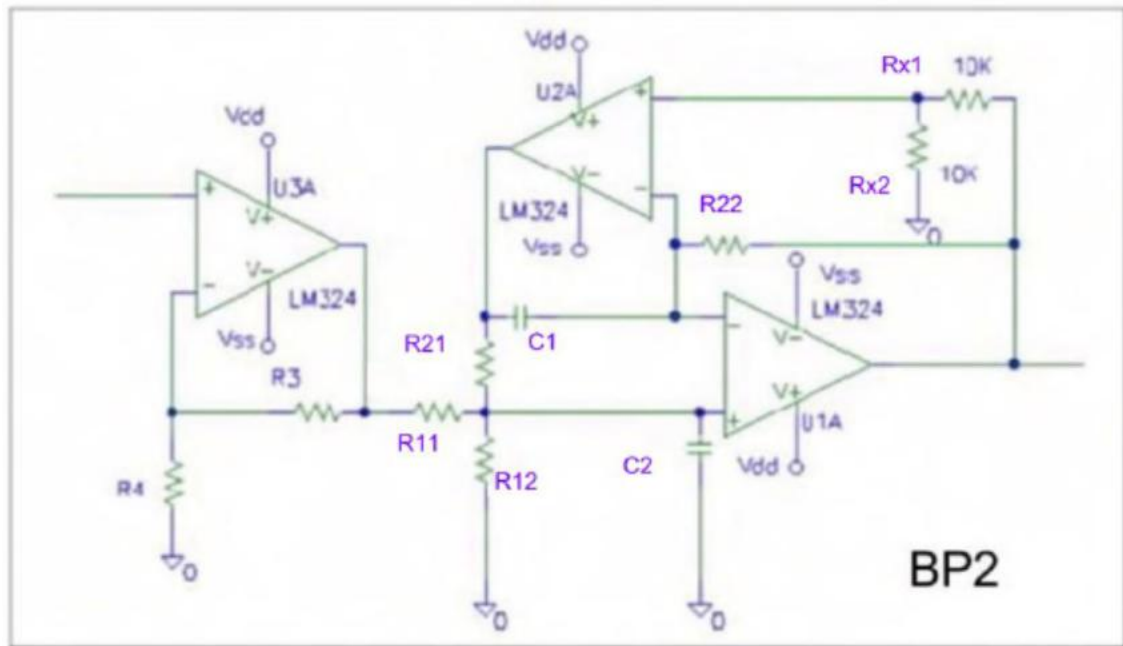


図 6 - 2 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 BP2 (bpat2_1.cir)

Figure 6-2 1st order bandpass filter basic circuit BP2 (bpat2_1.cir)

BP2(bpat2_1.cir)の伝達関数

Transfer function of BP2(bpat2_1.cir)

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_4 + R_3}{R_4} \frac{\frac{2}{CR_1} s}{s^2 + \frac{2}{CR_1} s + \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2} \quad (6-2)$$

バターワースまたはチェビシェローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のバンドパスフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2個の1次のバンドパスフィルタに変換される。

Converting a Butterworth or Chebyshe flow-pass filter to a band-pass filter converts the first-order function of the low-pass filter to a first-order band-pass filter.

The second-order function of the low-pass filter is then transformed into two first-order bandpass filters.

2 次のバンドパスフィルタ基本回路 2nd order bandpass filter basic circuit

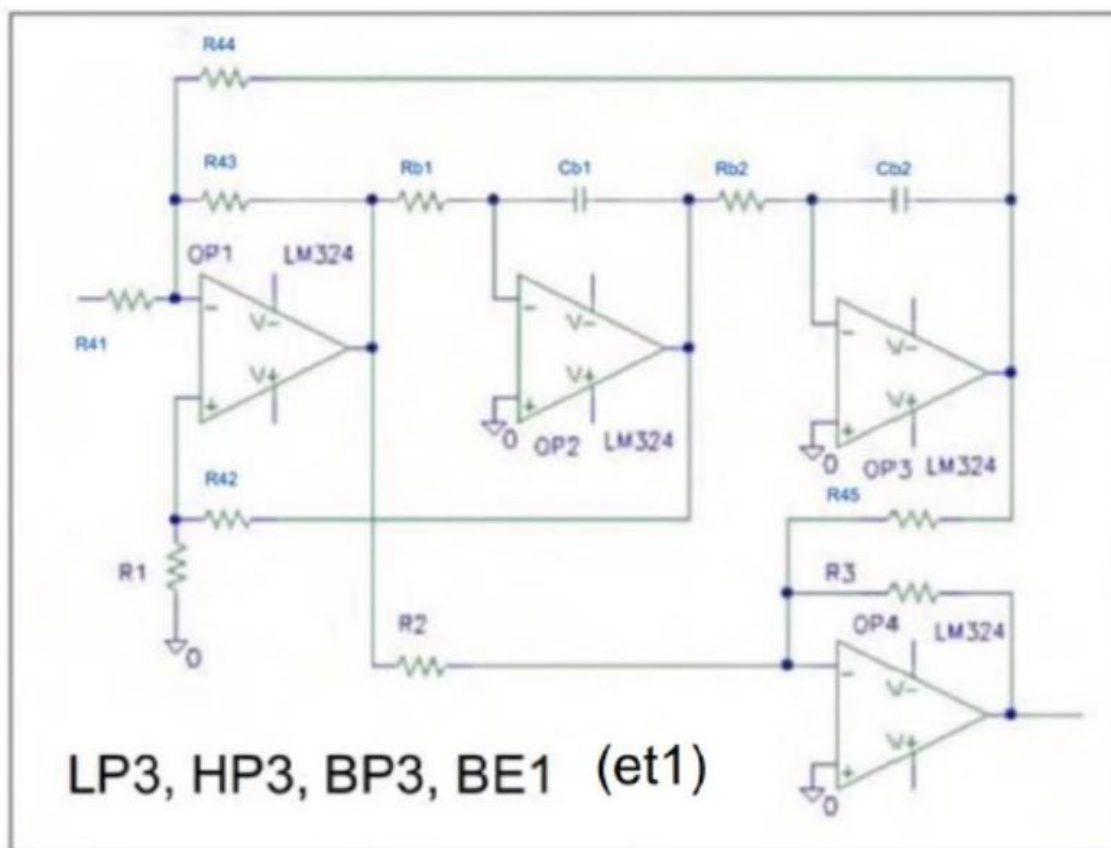


図6-3 2次のバンドパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir (図2-5と同じ)

Figure 6-3 Second-order bandpass filter basic circuit lpet1_2.cir (same as Figure 2-5)

lpet1_2.cirの伝達関数 Transfer function of lpet1_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (6-3)$$

逆チェビシェフまたは楕円関数ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のバンドパスフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2次のローパスフィルタと2次のハイパスフィルタに変換される。

Converting an inverse Chebyshev or elliptic function low-pass filter to a band-pass filter converts the first-order function of the low-pass filter to a first-order band-pass filter.

The second-order function of the low-pass filter is then converted to a second-order low-pass filter and a second-order high-pass filter.

2 次のバンドパスフィルタ基本回路 2nd order bandpass filter basic circuit

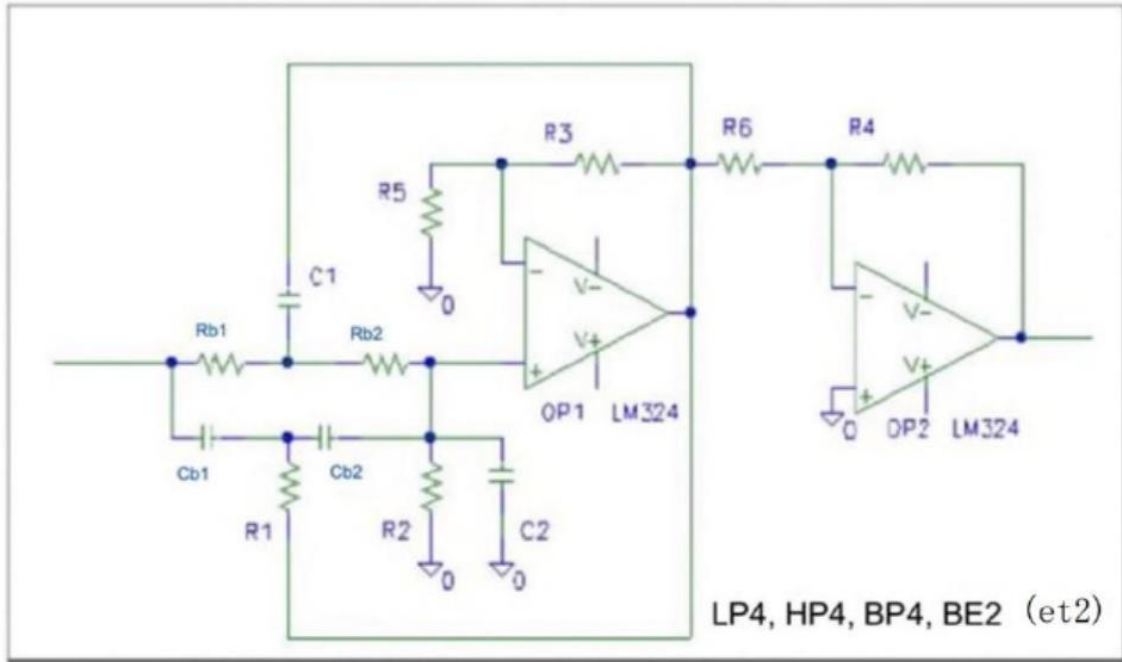


図 6 - 4 1 次のバンドパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir (図 2 - 6 と同じ)

Figure 6-4 First-order bandpass filter basic circuit lpet2_2.cir (same as Figure 2-6)

l p e t 2 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of lpet2_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (6-4)$$

$$R1 = \frac{Rb}{2}, C1 = 2 \cdot Cb, R2 = \frac{2 \cdot Rb}{kr}, C2 = \frac{kd \cdot Cb}{2}, R3 = (kk - 1) \cdot R5$$

逆チェビシェフまたは楕円関数ローパスフィルタをバンドパスフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のバンドパスフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2次のローパスフィルタと2次のハイパスフィルタに変換される。

Converting an inverse Chebyshev or elliptic function low-pass filter to a band-pass filter converts the first-order function of the low-pass filter to a first-order band-pass filter.

The second-order function of the low-pass filter is then converted to a second-order low-pass filter and a second-order high-pass filter.

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2 Determination of application and circuit constants for each filter characteristic of each circuit type

バンドパスフィルタの特性の種類

- a. バターワースバンドパスフィルタ
- b. チェビシェフバンドパスフィルタ
- c. 逆チェビシェフバンドパスフィルタ
- d. 楕円関数バンドパスフィルタ

Types of bandpass filter characteristics

- a. Butterworth bandpass filter
- b. Chebyshev bandpass filter
- c. Inverse Chebyshev bandpass filter
- d. Elliptic function bandpass filter

6-2-a バターワースバンドパスフィルタへの適用

6-2-a Application to Butterworth bandpass filter

バターワースバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w とすると、
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワースバンドパスフィルタの伝達関数は
 If the order of the Butterworth bandpass filter is m , the center frequency ω_c , and the
 passband width B_w , then the transfer function of the Butterworth bandpass filter, as
 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w s}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-31)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-32)$$

(5-31), (5-32) において In equations (5-31) and (5-32)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

2 次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、

The gain at the center frequencies ω_{ra} and ω_{rb} of each bandpass filter in the second-order part is,

$$G = \frac{B_w}{\sqrt{KM}} \quad (5-37)$$

1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1 となります。

The gain at the center frequency ω_c of the first-order portion of the bandpass filter is 1.

b p a t 1 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat1_1.cir

$$Q_{bp} = \omega_c / B_w \text{ とすると、 } \text{ If } Q_{bp} = \omega_c / B_w ,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w = \omega_c / Q_{bp} = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad (6-5)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$$R_1 = Z \text{ とすると、 } \text{ If } R_1 = Z ,$$

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2Q_{bp}^2 - 1}, \quad C = \frac{Q_{bp}}{Z\omega_c} \text{ ただし、 } Q_{bp} > \sqrt{2}/2 \quad (6-7)$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{R_3}{2R_1} = G \quad \therefore R_3 = 2GR_1$$

$$K = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CGR_1} \quad (6-9)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-a バターワースバンドパスフィルタへの適用

$R_1 = Z$ とすると、 If $R_1 = Z$,

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GK^2Z}{2\omega_{ra}^2 - GK^2}, \quad C = \frac{1}{GKZ} \quad (6-10)$$

$$\text{ただし、} \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2}K \quad \text{However, } \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2}K$$

2番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$R_1 = Z$ とすると、 If $R_1 = Z$,

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GM^2Z}{2\omega_{rb}^2 - GM^2}, \quad C = \frac{1}{GMZ} \quad (6-11)$$

$$\text{ただし、} \omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2}M \quad \text{However, } \omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2}M$$

b p a t 2 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat2_1.cir

$$Q_{bp} = \omega_c / B_w \text{ とすると、 } \text{Let } Q_{bp} = \omega_c / B_w ,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w = \frac{\omega_c}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{R_1\omega_c} \quad (6-12)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{R_1}{2Q_{bp}} = \frac{Z}{2Q_{bp}}$$

従って、 Therefore,

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2Q_{bp}}, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-13)$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = G \quad \therefore R_3 = (G - 1)R_4$$

$$R_1 = Z$$

$$K = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2}{KR_1} = \frac{2}{KZ} \quad (6 - 14)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_{ra}} = \frac{KZ}{2\omega_{ra}}$$

$$G > 1$$

従って、 Therefore,

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{K}{2\omega_{ra}} Z, \quad R_3 = (G - 1)R_4, \quad C = \frac{2}{KZ} \quad (6 - 15)$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{M}{2\omega_{rb}} Z, \quad R_3 = (G - 1)R_4, \quad C = \frac{2}{MZ} \quad (6 - 16)$$

6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

6-2-b Application to Chebyshev bandpass filter

チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、

If the Chebyshev bandpass filter order m , center frequency ω_c , passband width B_w , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, then the transfer function of the Chebyshev bandpass filter, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_c s}{s^2 + B_w \omega_c s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-39)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{GKs}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{GMs}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-40)$$

(5-39), (5-40) において In equations (5-39) and (5-40)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

第6章 バンドパスフィルタの合成

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \end{aligned} \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

2 次の部分の各バンドパスフィルタの中心周波数 ω_{ra} と ω_{rb} におけるゲインは、 $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

The gain at the center frequencies ω_{ra} and ω_{rb} of each bandpass filter in the second-order part is $G = \frac{B_w \omega_{ck}}{\sqrt{KM}}$

1 次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1 となります。

The gain at the center frequency ω_c of the first-order portion of the bandpass filter is 1.

b p a t 1 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat1_1.cir

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、 Let $Q_{bp} = \omega_c / B_w$,

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w \omega_d = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \omega_d R_1} \quad (6-17)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$ とすると、 If $R_1 = Z$,

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \omega_d}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \omega_d Z} \quad (6-18)$$

ただし、 $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$ However, $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{R_3}{2R_1} = G \quad \therefore R_3 = 2GR_1$$

$$K = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CGR_1} \quad (6-19)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$ とすると、 If $R_1 = Z$,

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GK^2 Z}{2\omega_{ra}^2 - GK^2}, \quad C = \frac{1}{GKZ} \quad (6-20)$$

$$\text{ただし、} \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2} K \quad \text{However, } \omega_{ra} > \frac{\sqrt{2G}}{2} K$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$R_1 = Z$ とすると、 If $R_1 = Z$,

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2GZ, \quad R_2 = \frac{GM^2 Z}{2\omega_{rb}^2 - GM^2}, \quad C = \frac{1}{GMZ} \quad (6-21)$$

$$\text{ただし、} \omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2} M \quad \text{However, } \omega_{rb} > \frac{\sqrt{2G}}{2} M$$

b p a t 2 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat2_1.cir

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、 Let $Q_{bp} = \omega_c / B_w$,

1 次の回路部分

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \omega_d = \frac{\omega_c \omega_d}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \omega_d Z} \quad (6-22)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z$$

従って、 Therefore,

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-23)$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-b チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = G \quad \therefore R_3 = (G - 1)R_4$$

$$R_1 = Z$$

$$K = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2}{KR_1} = \frac{2}{KZ} \quad (6 - 24)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{CR_2} \right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_{ra}} = \frac{KZ}{2\omega_{ra}}$$

$$G > 1$$

従って、 Therefore,

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{K}{2\omega_{ra}} Z, \quad R_3 = (G - 1)R_4, \quad C = \frac{2}{KZ} \quad (6 - 25)$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{M}{2\omega_{rb}} Z, \quad R_3 = (G - 1)R_4, \quad C = \frac{2}{MZ} \quad (6 - 26)$$

6-2-c 逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

6-2-c Application to Inverse Chebyshev Bandpass Filter

逆チェビシェフバンドパスフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、通過帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は、

If the order m of the inverse Chebyshev bandpass filter, the center frequency ω_c , the passband width B_w , and the attenuation $\text{atts}(\text{db})$ in ω_{s1} , then the transfer function of the inverse Chebyshev bandpass filter as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{B_w \omega_d s}{s^2 + B_w \omega_d s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-46)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-47)$$

(5-46)、(5-47) において In equations (5-46) and (5-47)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \quad (5-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

(5-46) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、
(5-47) のカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

The gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in equation (5-46) and the gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} in equation (5-47) are equal,

$$G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L} \quad (5-52)$$

(5-46) の1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

The gain at the center frequency ω_c of the bandpass filter in the first-order part of equation (5-46) is 1.

1 次の回路部分 1st order section

b p a t 1 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat1_1.cir

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、 Let $Q_{bp} = \omega_c / B_w$,

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w \omega_d = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \omega_d R_1} \quad (6-27)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \omega_d}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \omega_d Z} \quad (6-28)$$

ただし、 $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$ However, $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \omega_d$

1 次の回路部分 1st order section

b p a t 2 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat2_1.cir

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、 Let $Q_{bp} = \omega_c / B_w$,

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \omega_d = \frac{\omega_c \omega_d}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \omega_d Z} \quad (6-29)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z$$

従って、 Therefore,

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\omega_d}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-30)$$

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet1_2.cir

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the first low-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G \frac{L}{N} = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-31)$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-32)$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-33)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-34)$$

従って、 $R = Z$ とすると、 Thus, if $R = Z$,

$$R_1 = \frac{K}{3\omega_{ra} - K} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{za}^2}{\omega_{ra}^2} R_4 = \frac{N}{L} R_4 \quad (6-35)$$

$$R_3 = G R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{ra}}, \quad R_b = Z$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the second high-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-36)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-37)$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-39)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、 Thus, if $R_b = Z$

$$R_1 = \frac{M}{3\omega_{rb} - M} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{zb}^2}{\omega_{rb}^2} R_4 = \frac{L}{N} R_4 \quad (6-40)$$

$$R_3 = \frac{GL}{N} R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{rb}}, \quad R_b = Z$$

6-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

6-2-c 逆チェビシェフバンドパスフィルタへの適用

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet2_2.cir

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the first low-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G \frac{L}{N} = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-41)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-42)$$

$$K = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} \omega_{za} \quad (6-43)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2 \quad (6-44)$$

(6-44) より、 From equation (6-44),

$$kd = \frac{N}{L} (1+kr) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \dots \Theta kr > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-45)$$

まず、 kd を (6-45) を満足する値に設定します。

First, set kd to a value satisfying Equation (6-45).

このとき、(6-44) より、 At this time, from Eq. (6-44),

$$kr = \frac{L}{N} (1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

(6-43) より、 From equation (6-43),

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

(6-46) を代入して、 $kk > 1$ より、 Substituting (6-46), from $kk > 1$,

$$kd > \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}$$

(6-41) より、 From equation (6-41),

$$R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-48)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、 Thus, if $R_b = Z$

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{za}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-49)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$ を満足する kd に対して、

However, for kd satisfying $kd > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$,

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

2番目のハイパス回路の場合、(6-3)と(5-47)から、

For the second high-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-50)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2 \quad (6-51)$$

$$M = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b(1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} \omega_{zb} \quad (6-52)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2 \quad (6-53)$$

(6-53)より、 From equation (6-53),

$$kr = \frac{N}{L}(1+kd) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \Theta kd > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-54)$$

まず、 kr を (6-54) を満足する値に設定します。

First, set kr to a value satisfying (6-54).

このとき、(6-53) より、 At this time, from Eq. (6-53),

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

(6-52) より、 From equation (6-52),

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

(6-55) を代入して、 $kk > 1$ より、 Substituting equation (6-55), from $kk > 1$,

$$kr > \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}$$

(6-50) より、 From equation (6-50),

$$R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-57)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、 Thus, if $R_b = Z$

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{zb}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-58)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}\right]$ を満足する kr に対して、

However, for kr satisfying $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}\right]$,

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

6-2-d 楕円関数バンドパスフィルタへの適用

6-2-d Application to Elliptic Function Bandpass Filter

楕円関数バンドパスフィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 通過帯域幅 B_w 、通過域のリップル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$\begin{aligned} B_w &= \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2 \\ x_L &= (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k) \end{aligned} \quad \text{として、}$$

If the elliptic function bandpass filter has order m (unknown), center frequency ω_c , passband width B_w , passband ripple $\text{attp}(\text{db})$ in the passband, and minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at the frequency, as

$$\begin{aligned} B_w &= \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2 \\ x_L &= (\omega_{s2} - \omega_{s1}) / (\omega_{p2} - \omega_{p1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k) \end{aligned}$$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{zv} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{zv} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

m を切り上げる Round up m

とする時、(5-3), (5-29) を適用して、

Then, applying Eqs. (5-3) and (5-29) when

mが奇数の時 When m is odd

$$\begin{aligned}
 H_m(\omega_c, s) &= \frac{1}{C_H \sigma} \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{(s^2 + N \omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L \omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2 / N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2 / L)} \\
 &= \frac{B_w \sigma}{s^2 + B_w \sigma s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-55)
 \end{aligned}$$

$$G = \sqrt{N/L} / {}^{(m-1)}\sqrt{C_H \sigma}$$

ただし、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , σ , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned}
 &\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\
 &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2]
 \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$\begin{aligned}
 H_m(\omega_c, s) &= \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{(s^2 + N \omega_c^2)}{(s^2 + Ks + L \omega_c^2)} \frac{(s^2 + \omega_c^2 / N)}{(s^2 + Ms + \omega_c^2 / L)} \\
 &= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G \frac{L}{N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (5-56)
 \end{aligned}$$

$$G = \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H}$$

ただし、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H , p_v , q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned}
 &\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\
 &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \\
 K &= LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{1 + L} \quad (5-21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 q_v^2 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16\omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 q_v^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} q_v B_w + B_w^2 q_v}}{4\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-22}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 x_v^2 + 4\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 x_v^2 + 2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w x_v + n_2}{2\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{5-24}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(5-55), (5-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインは等しく、

The gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in Equations (5-55) and (5-56) and the gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$\begin{aligned}
 G &= \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H \sigma} \dots\dots m = \text{even} \\
 G &= \sqrt{N/L} / \sqrt[m]{C_H} \dots\dots m = \text{odd}
 \end{aligned} \tag{5-57}$$

となり、(5-55) の1次の部分のバンドパスフィルタの中心周波数 ω_c におけるゲインは、1となります。

and the gain at the center frequency ω_c of the bandpass filter in the first-order part of (5-55) is 1.

楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数は逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数と全く同じ書式になったので、計算値としては異なるが、合成のための式は共用出来ます。

The transfer function of the elliptic function bandpass filter is now in exactly the same format as the transfer function of the inverse Chebyshev bandpass filter, so although the calculated values are different, the formulas for the synthesis can be shared.

第6章 バンドパスフィルタの合成

1 次の回路部分 1st order section

b p a t 1 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat1_1.cir

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、 Let $Q_{bp} = \omega_c / B_w$,

$$\frac{R_3}{2R_1} = 1 \quad \therefore R_3 = 2R_1$$

$$B_w \sigma = \frac{2}{CR_3} = \frac{1}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{1}{B_w \sigma R_1} \quad (6-27)$$

$$\omega_c^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C^2}$$

$R_1 = Z$ とすると、

$$R_1 = Z, \quad R_3 = 2Z, \quad R_2 = \frac{Z}{2\left(\frac{\omega_c}{B_w \sigma}\right)^2 - 1}, \quad C = \frac{1}{B_w \sigma Z} \quad (6-28)$$

ただし、 $\omega_c > \frac{\sqrt{2}}{2} B_w \sigma$

1 次の回路部分 1st order section

b p a t 2 _ 1 . c i r を使用するとき When using bpat2_1.cir

$Q_{bp} = \omega_c / B_w$ とすると、 Let $Q_{bp} = \omega_c / B_w$,

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 \quad \therefore R_3 = 0$$

$$R_1 = Z$$

$$B_w \sigma = \frac{\omega_c \sigma}{Q_{bp}} = \frac{2}{CR_1} \quad \therefore C = \frac{2Q_{bp}}{\omega_c \sigma Z} \quad (6-29)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{CR_2}\right)^2 \quad \therefore R_2 = \frac{1}{C\omega_c} = \frac{\sigma}{2Q_{bp}} Z$$

従って、 Therefore,

$$R_1 = Z, \quad R_2 = \frac{\sigma}{2Q_{bp}} Z, \quad R_3 = 0, \quad R_4 = 10K, \quad C = \frac{2Q_{bp}}{Z\omega_c} \quad (6-30)$$

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet1_2.cir

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the first low-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G \frac{L}{N} = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-31)$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-32)$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-33)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-34)$$

従って、 $R = Z$ とすると、 Thus, if $R = Z$,

$$R_1 = \frac{K}{3\omega_{ra} - K} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{za}^2}{\omega_{ra}^2} R_4 = \frac{N}{L} R_4 \quad (6-35)$$

$$R_3 = G R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{ra}}, \quad R_b = Z$$

2 番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the second high-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G = \frac{R_3}{R_2} \quad (6-36)$$

$$\omega_{zb}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \quad (6-37)$$

$$M = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} \quad (6-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-39)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、 Thus, if $R_b = Z$

$$R_1 = \frac{M}{3\omega_{rb} - M} R_4, \quad R_2 = \frac{\omega_{zb}^2}{\omega_{rb}^2} R_4 = \frac{L}{N} R_4 \quad (6-40)$$

$$R_3 = \frac{GL}{N} R_4, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{rb}}, \quad R_b = Z$$

2 次の回路部分 2nd order section

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用する場合 When using lpet2_2.cir

1 番目のローパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the first low-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G \frac{L}{N} = \frac{kk}{1+kr} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-41)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (6-42)$$

$$K = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4(1-kk)}{1+kd} \omega_{za} \quad (6-43)$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{za}^2 \quad (6-44)$$

(6-44) より、 From equation (6-44),

$$kd = \frac{N}{L} (1+kr) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \dots \Theta kr > 0, \quad \frac{N}{L} > 1 \quad (6-45)$$

まず、 kd を (6-45) を満足する値に設定します。

First, set kd to a value satisfying Equation (6-45).

このとき、(6-44) より、 At this time, from Eq. (6-44),

$$kr = \frac{L}{N} (1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

(6-43) より、 From equation (6-43),

$$kk = \frac{kd+kr+4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

$$(6-46) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kd > \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}$$

$$\text{Substituting (6-46), from } kk > 1, \text{ we obtain } kd > \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}$$

(6-41) より、 From equation (6-41),

$$R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-48)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、 Thus, if $R_b = Z$

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{za}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kr)GL}{kkN} R_6 \quad (6-49)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kd > \max\left[\left(\frac{L}{N}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$ を満足する kd に対して、

However, for kd satisfying $kd > \max\left[\left(\frac{L}{N}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{za} + KL}{(N+L)\omega_{za} - KL}\right]$,

$$kr = \frac{L}{N}(1+kd) - 1 \quad (6-46)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{K(1+kd)}{4\omega_{za}} \quad (6-47)$$

2番目のハイパス回路の場合、(6-3) と (5-47) から、

For the second high-pass circuit, from equations (6-3) and (5-47),

$$G = \frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \quad (6-50)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2 \quad (6-51)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4(1-kk)}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4(1-kk)}{1+kd} \omega_{zb} \quad (6-52)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2 \quad (6-53)$$

(6-53) より、 From equation (6-53),

$$kr = \frac{N}{L}(1+kd) - 1 > \frac{N}{L} - 1 > 0 \dots \dots \Theta \quad kd > 0, \quad \frac{N}{L} > 0 \quad (6-54)$$

まず、 kr を (6-54) を満足する値に設定します。

First, set kr to a value satisfying Equation (6-54).

このとき、(6-53) より、 At this time, from Eq. (6-53),

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

(6-52) より、 From equation (6-52),

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

$$(6-55) \text{ を代入して、} kk > 1 \text{ より、} kr > \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}$$

Substituting equation (6-55), we obtain from $kk > 1$, $kr > \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}$

(6-50) より、 From equation (6-50),

$$R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-57)$$

従って、 $R_b = Z$ とすると、 Therefore, if $R_b = Z$,

$$C_b = \frac{1}{Z\omega_{zb}}, R_b = Z, R_1 = Z/2, R_2 = 2Z/kr$$

$$R_3 = (kk-1)R_5, R_4 = \frac{(1+kd)G}{kk} R_6 \quad (6-58)$$

$$C_1 = 2C_b, C_2 = kdC_b/2$$

ただし、 $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}\right]$ を満足する kr に対して、

However, for kr satisfying $kr > \max\left[\left(\frac{N}{L}-1\right), \frac{(N-L)\omega_{zb} + K}{(N+L)\omega_{zb} - K}\right]$,

$$kd = \frac{L}{N}(1+kr) - 1 \quad (6-55)$$

$$kk = \frac{kd + kr + 4}{4} - \frac{M(1+kd)}{4\omega_{zb}} \quad (6-56)$$

アナログフィルタの設計と合成

第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計
Chapter 7: Band Elimination Filter Design

7-1 バンドエリミネーションフィルタ（BEフィルタ）の種類と周波数特性グラフ

- a. バターワースBEフィルタ
- b. チェビシェフBEフィルタ
- c. 逆チェビシェフBEフィルタ
- d. 楕円関数BEフィルタ

7-1 Types of band elimination filters (BE filters) and their frequency response graphs

- a. Butterworth BE filter
- b. Chebyshev BE filter
- c. Inverse Chebyshev BE filter
- d. Elliptic function BE filter

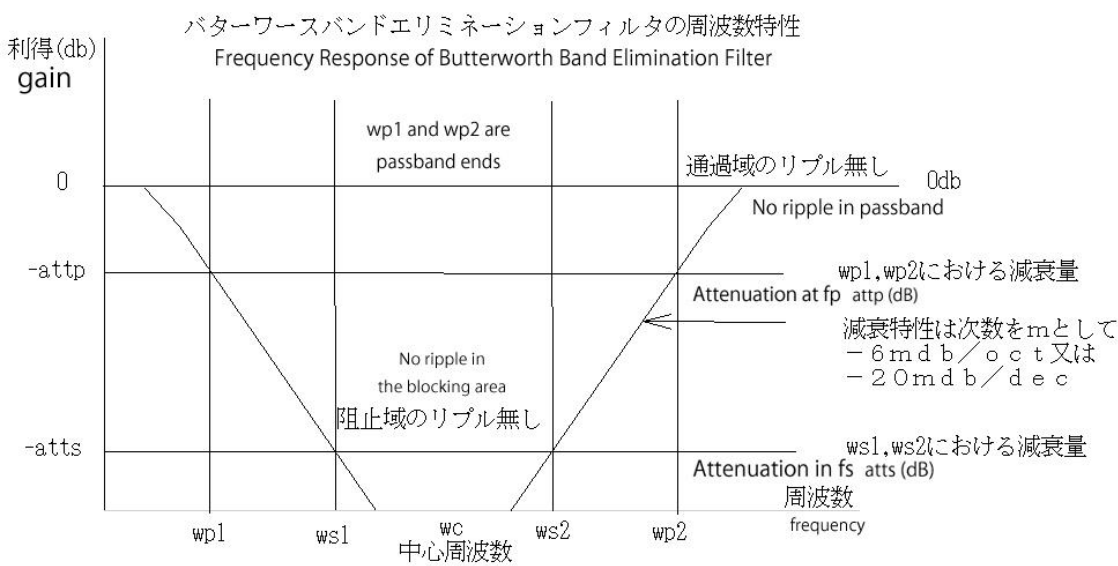


図 7-1 バターワースBEフィルタの周波数特性

Figure 7-1 Frequency Response of Butterworth BE Filter

7-1 バンドエリミネーションフィルタ（BEフィルタ）の種類と周波数特性グラフ

アクティブフィルタの設計と合成
第7章 バンドエリミネーションフィルタの設計

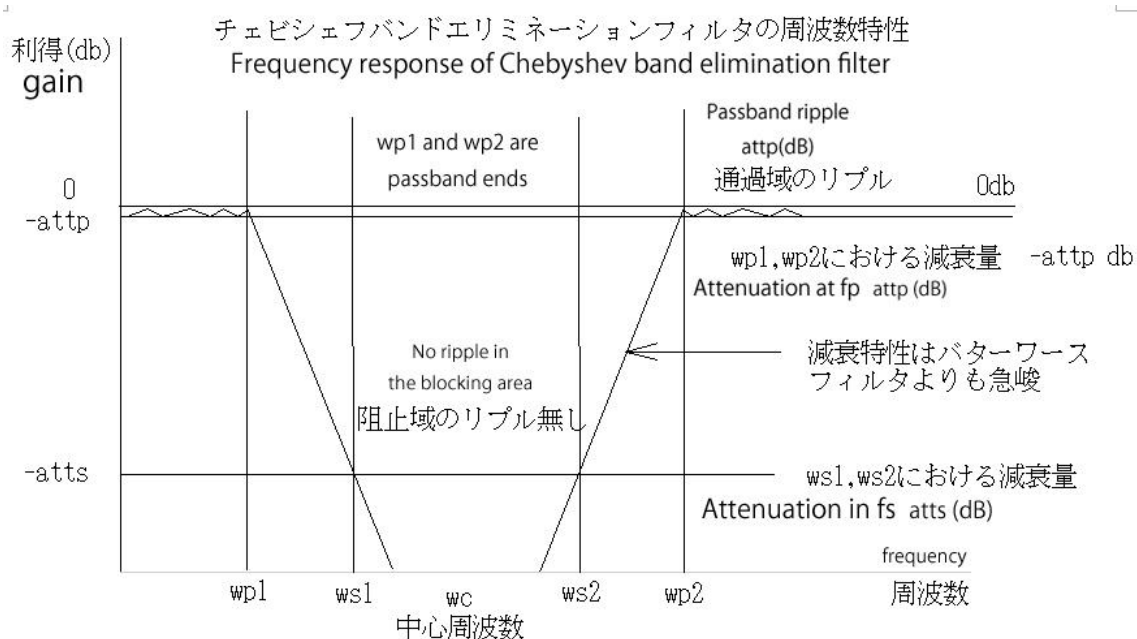


図7-2 チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-2 Frequency response of Chebyshev BE filter

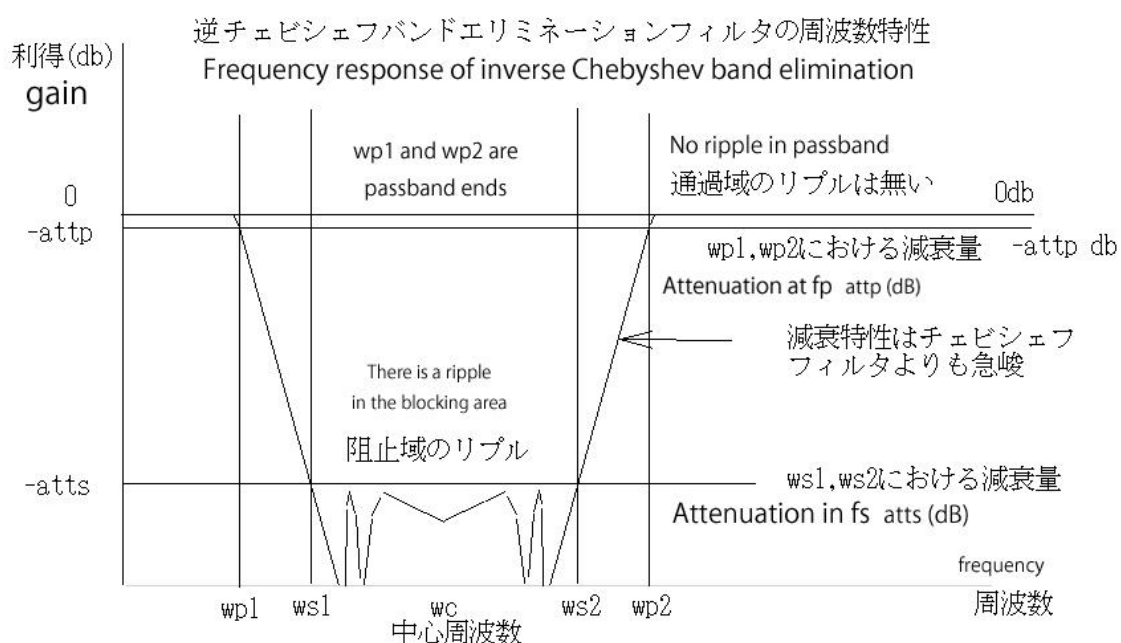


図7-3 逆チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-3 Frequency response of the inverse Chebyshev BE filter

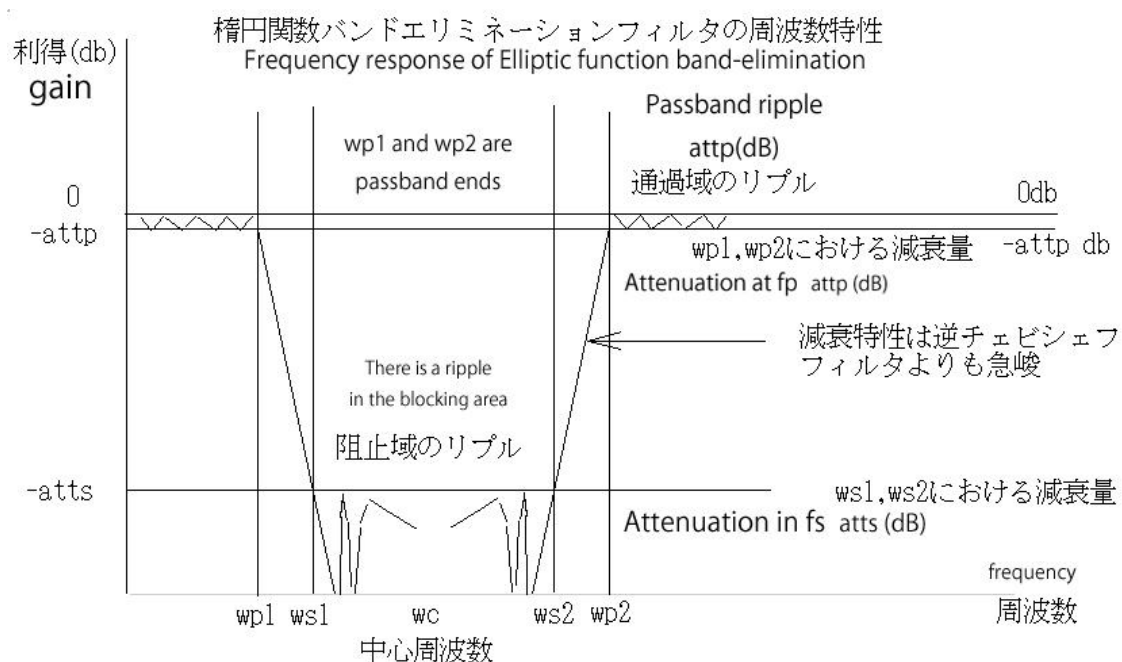


図7-4 楕円関数BEフィルタの周波数特性

Figure 7-4 Frequency response of an elliptic function BE filter

7-2 ローパスフィルタをBEフィルタに変換する

7-2 Converting a low-pass filter to a BE filter

中心周波数 $f_c(\omega_c = 2\pi f_c)$ 、低周波側の通過域の上限 ω_{p1} 、及び高周波側の通過域の下限の周波数 ω_{p2} における減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、減衰量を指定する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} における最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ のBEフィルタの伝達関数は、

The transfer function of the BE filter satisfying the center frequency $f_c(\omega_c = 2\pi f_c)$, the attenuation $\text{attp}(\text{db})$ at the upper limit of the passband ω_{p1} on the low frequency side and at the lower limit of the passband ω_{p2} on the high frequency side, and the minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at the frequencies ω_{s1} and ω_{s2} for which the attenuation is specified is

$\omega_c = 1$ において減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ 、 $\omega_s = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1})$ において減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ として設計したローパスフィルタの伝達関数において s の代わりに $\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2}$ を代入後、 $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ を ω_c と書き換えることで得られます。

The transfer function is obtained by substituting $\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2}$ for S in the transfer function of the low-pass filter designed with attenuation $\text{attp}(\text{db})$ in $\omega_c = 1$ and attenuation $\text{atts}(\text{db})$ in $\omega_s = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1})$, and then rewriting $f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$ as ω_c .

ここに、BEフィルタのQを Q_{be} としたとき、 $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ です。 attp は通過域の上限、下限における減衰量であり、バターワースフィルタの場合 $\text{attp}=3.01$ 固定、チェビシェフフィルタの場合 attp はリップルの量を表します。

Here, Q for the BE filter is Q_{be} , and $B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \omega_{p2} - \omega_{p1}$. attp is the amount of attenuation at the upper and lower limits of the passband; for a Butterworth filter, $\text{attp} = 3.01$ fixed, and for a Chebyshev filter, attp is the amount of ripple.

1 次の回路の変換 Conversion of 1st order circuit

(1-7) については、 For equation (1-7),

$$\frac{\omega_c}{s + \omega_c} \rightarrow \frac{1}{s + 1} \rightarrow \frac{1}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} + 1} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \quad (7-1)$$

$s = 0, s = \infty$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$ Gain A_1 in $s = 0, s = \infty$ is $A_1 = 1$

(1-31), (1-42) については、 For equations (1-31) and (1-42),

$$\begin{aligned} \frac{\omega_d}{s + \omega_d} &\rightarrow \frac{\omega_d}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2} + \omega_d} = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-2)$$

$s = 0, s = \infty$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1$ Gain A_1 in $s = 0, s = \infty$ is $A_1 = 1$

(1-140) については、 For equation (1-140),

$$\begin{aligned} \frac{1}{s + \sigma} &\rightarrow \frac{1}{\frac{B_w s}{s^2 + \omega_0^2} + \sigma} = \frac{1}{\sigma} \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_0^2} \\ &\rightarrow \frac{1}{\sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma} s + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-3)$$

$s = 0, s = \infty$ におけるゲイン A_1 は、 $A_1 = 1/\sigma$ Gain A_1 in $s = 0, s = \infty$ is $A_1 = 1/\sigma$

2 次の回路の変換 Conversion of 2nd order circuit

(1-7), (1-8), (1-31), (1-32) 及び (1-42), (1-43) については、
For equations (1-7), (1-8), (1-31), (1-32), and (1-42), (1-43) are

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{\omega_{ck}^2}{\left(\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + (\omega_{ck}/Q_k)\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} + \omega_{ck}^2} \\ &= \frac{s^4 + 2\omega_c^2 s^2 + \omega_c^4}{s^4 + \frac{B_w}{Q_k \omega_{ck}} s^3 + \frac{B_w^2 + 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2}{\omega_{ck}^2} s^2 + \frac{B_w \omega_c^2}{Q_k \omega_{ck}} s + \omega_{ck}^4} \\ &= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + L\omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_c^2/L} = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-4)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換した (7-4) はカットオフ周波数 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ の2次のローパスフィルタを縦続接続することを表わしています。

Equation (7-4), created by transforming equations (1-7), (1-8), (1-31) and (1-32), represents a second-order high-pass filter with cutoff frequency $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$ and a second-order low-pass filter with cutoff frequency $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ connected vertically.

バンドパスフィルタにおける対称性と同様に、それぞれのカットオフ周波数 $\omega = \omega_{ra}$ と $\omega = \omega_{rb}$ におけるゲイン A_2 は互いに等しいので、(7-4) を (7-7) の様に変換して、 G_1, G_2 を求めます。

Similar to symmetry in bandpass filters, the gains A_2 at the respective cutoff frequencies $\omega = \omega_{ra}$ and $\omega = \omega_{rb}$ are equal to each other, so (7-4) is rewritten as (7-7) to obtain G_1, G_2 .

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \frac{G_1(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_c^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-7)$$

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{G_1(L-1)G_2\left(1-\frac{1}{L}\right)\omega_{ra}^2}{K\omega_{ra}M\omega_{rb}} = \frac{G_1G_2(L-1)^2\omega_c^2}{KLM} \\ &= \left(\frac{L-1}{K}\right)^2 \omega_c^2 \dots \dots \dots \ominus G_1G_2 = 1 \end{aligned} \quad (7-8)$$

一方、ハイパスフィルタの $s = \infty$ におけるゲインと、ローパスフィルタの $s = 0$ におけるゲインが等しいので、

On the other hand, since the gain at $s = \infty$ of the high-pass filter is equal to the gain at $s = 0$ of the low-pass filter,

$$\begin{aligned} G_1 &= LG_2 \\ G_1 G_2 &= 1 \quad \therefore G_2 = 1/\sqrt{L}, G_1 = \sqrt{L} \end{aligned} \quad (7-9)$$

従って、(1-7), (1-8), (1-31) および (1-32) を変換したBEフィルタの伝達関数は最終的に次のようになります。

Thus, the transfer function of the BE filter transformed from Equations (1-7), (1-8), (1-31) and (1-32) ultimately becomes

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-10)$$

(7-10) において、 In Equation (7-10),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-5)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-6)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$$

(7-18) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、
The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in (7-18) is equal to the gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} ,

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{L} \quad (7-11)$$

次に、逆チェビシェフローパスフィルタの (1-42), (1-43) については、

Next, equations (1-42) and (1-43) for the inverse Chebyshe flow-pass filter are discussed,

$$\begin{aligned} r_k^2 s^2 + 1 &\rightarrow \frac{r_k^2 B_w^2 s^2}{(s^2 + \omega_c^2)^2} + 1 = \frac{s^4 + (r_k^2 B_w^2 + 2\omega_c^2)s^2 + \omega_c^4}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \\ &= \frac{s^2 + N\omega_c^2}{s^2 + \omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_c^2/N}{s^2 + \omega_c^2} = \frac{s^2 + \omega_{za}^2}{s^2 + \omega_c^2} \frac{s^2 + \omega_{zb}^2}{s^2 + \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-12)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-13)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}$$

従って、(1-42), (1-43) については (7-4) と (7-12) から、

Thus, from equations (7-4) and (7-12) for equations (1-42) and (1-43),

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{(s^2 + \omega_{za}^2)(s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (7-14)$$

(7-6), (7-13) において、 $L > N > 1$ が成立するので、 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$

とすると、(7-14) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

(In (7-6) and (7-13), since $L > N > 1$ holds, let $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$ B, we see that (7-14) is a vertical connection of a second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} and a second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} .

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、
Suppose that the gain at each $\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ frequency is equal A_2 ,

$$\begin{aligned}
 A_2^2 &= \frac{(L-N)\omega_c^2 \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{L} \right) \omega_c^2}{K\omega_{ra}M\omega_{rb}} \\
 &= \frac{(L-N)^2 \omega_c^2}{KLMN} = \frac{(L-N)^2}{K^2N} \omega_c^2 \\
 \therefore A_2 &= \frac{L-N}{K\sqrt{N}} \omega_c
 \end{aligned} \tag{7-15}$$

(7-14) を次のように書き換えて、ハイパスフィルタ部分の $s = \infty$ におけるゲインとローパスフィルタ部分の $s = 0$ におけるゲインが等しいことから、 G_1, G_2 を決定します。
Equation (7-14) is rewritten as follows to determine G_1, G_2 , since the gain at $s = \infty$ in the high-pass filter section is equal to the gain at $s = 0$ in the low-pass filter section.

$$\frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \tag{7-16}$$

$$G_1 = \frac{L}{N} G_2, \quad G_1 G_2 = 1 \quad \therefore G_1 = \sqrt{\frac{L}{N}}, G_2 = \sqrt{\frac{N}{L}} \tag{7-17}$$

従って、(7-14) は次のように書き換えられます。

Thus, equation (7-14) can be rewritten as

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} &\rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\
 &= \frac{\sqrt{L/N} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}
 \end{aligned} \tag{7-18}$$

(7-18) において、 In equation (7-18),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \tag{7-5}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\
 l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}
 \end{aligned} \tag{7-6}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\
 n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2}
 \end{aligned} \tag{7-13}$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{za} = \omega_c / \sqrt{N}$$

(7-18) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、
The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in (7-18) is equal to the gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} ,

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{L/N} \tag{7-19}$$

次に、楕円関数ローパスフィルタの (1-140), (1-142) については、
Next, equations (1-140) and (1-142) for the elliptic function low-pass filter,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{s^2 + p_\nu s + q_\nu} &\rightarrow \frac{1}{\left(\frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2}\right)^2 + p_\nu \frac{B_w s}{s^2 + \omega_c^2} s + q_\nu} \\
 &= \frac{1}{q_\nu} \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{s^4 + \frac{B_w p_\nu}{q_\nu} s^3 + \frac{B_w^2 + 2q_\nu \omega_c^2}{q_\nu} s^2 + \frac{B_w p_\nu \omega_c^2}{q_\nu} s + \omega_c^4}
 \end{aligned} \tag{7-20}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{q_\nu} \frac{(s^2 + \omega_c^2)^2}{(s^2 + Ks + L\omega_c^2)(s^2 + Ms + \omega_c^2/L)} \\
 &= \frac{1}{q_\nu} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\
 K &= LM, \quad M = \frac{B_w p_\nu}{(1+L)q_\nu}
 \end{aligned} \tag{7-21}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22) \\
 \omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}
 \end{aligned}$$

また、(1-140), (1-142) については、Also, for equations (1-140) and (1-142),

$$\begin{aligned}
 s^2 + (x_v \omega_p)^2 &\rightarrow s^2 + x_v^2 \dots (\Theta \omega_p = 1) \rightarrow \frac{B_w^2 s^2}{(s^2 + \omega_c^2)^2} + x_v^2 \\
 &= \frac{x_v^2 \left(s^4 + \frac{B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2}{x_v^2} s^2 + \omega_c^4 \right)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} = \frac{x_v^2 (s^2 + N \omega_c^2) (s^2 + \omega_c^2 / N)}{(s^2 + \omega_c^2)^2} \quad (7-23) \\
 &= \frac{x_v^2 (s^2 + \omega_{za}^2) (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + \omega_c^2)^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24) \\
 \omega_{za} &= \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}
 \end{aligned}$$

(7-20) および (7-23) により、 From Equations (7-20) and (7-23),

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(s^2 + \omega_{za}^2) (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2) (s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)} \quad (7-25)$$

(7-22), (7-24) において、 $L > N > 1$ が成立するので、
 $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$ とすると、(7-25) はカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタとカットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタの縦続接続であることが分かります。

In equations (7-22) and (7-24), $L > N > 1$ holds, so if $\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}$, $\omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$, we see that (7-25) is the vertical connection of a second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} and a second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} .

$\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ それぞれの周波数におけるゲインが等しく A_2 であるとする、
Suppose that the gain at each $\omega = \omega_{ra}$, $\omega = \omega_{rb}$ frequency is equal A_2 ,

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(L-N)\omega_c^2 \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{L} \right) \omega_c^2}{K\omega_{ra} M\omega_{rb}} \\ &= \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(L-N)^2}{KLMN} \omega_c^2 = \frac{x_v^2}{q_v} \frac{(L-N)^2}{K^2 N} \omega_c^2 \\ \therefore A_2 &= \frac{x_v(L-N)}{K\sqrt{q_v}N} \omega_c \end{aligned} \quad (7-26)$$

(7-25) を次のように書き換えて、ハイパスフィルタ部分の $s = \infty$ におけるゲインとローパスフィルタ部分の $s = 0$ におけるゲインが等しいことから、 G_1, G_2 を決定します。

(7-25) is rewritten as follows to determine G_1, G_2 , since the gain at $s = \infty$ in the high-pass filter section is equal to the gain at $s = 0$ in the low-pass filter section.

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{G_1(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G_2(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-27)$$

$$\begin{aligned} G_1 &= G_2 \frac{1/N}{1/L} = \frac{L}{N} G_2, \quad G_1 G_2 = \frac{x_v^2}{q_v} \\ \therefore G_1 &= \sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}}, G_2 = \sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} \end{aligned} \quad (7-28)$$

従って、(7-25) は次のように書き換えられます。

Thus, equation (7-25) can be rewritten as

$$\frac{s^2 + x_v^2}{s^2 + p_v s + q_v} \rightarrow \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-29)$$

(7-29) において、 In equation (7-29),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \\
 \omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \\
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \\
 \omega_{za} &= \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}
 \end{aligned} \tag{7-22}$$

(7-29) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、
 The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency WA in Equation (7-29) and the gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency WB are equal,

$$A_{2low} = A_{2high} = \sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} \tag{7-30}$$

7-3 バターワースBEフィルタの伝達関数のまとめ

7-3 Summary of Transfer Function of Butterworth BE Filter

バターワースBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、(7-1)、(7-10)を適用して、バターワースBEフィルタの伝達関数は

When the order of the Butterworth BE filter is m , the center frequency ω_c , and the stopband width B_w , applying (7-1) and (7-10) as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the Butterworth BE filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-31)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-32)$$

(7-31)、(7-32)において In equations (7-31) and (7-32)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L} \quad (7-36)$$

2 次の部分のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、
The gain of the high-pass filter and low-pass filter in the second-order section is,

$$A_2 = \sqrt{L} \qquad (7-37)$$

1 次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。
The gain at S of the BE filter in the first-order part is 1.

7-4 与えられた仕様を満たすバターワースBEフィルタの設計

7-4 Designing a Butterworth BE filter that meets given specifications

7-3までで、次数 m と中心周波数 ω_c ，阻止帯域幅 B_w によってバターワースBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数とそれぞれの減衰量から、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 7-3, the order m , center frequency ω_c , and blocking bandwidth B_w allow us to design a Butterworth BE filter. The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the two given frequencies and their respective attenuations.

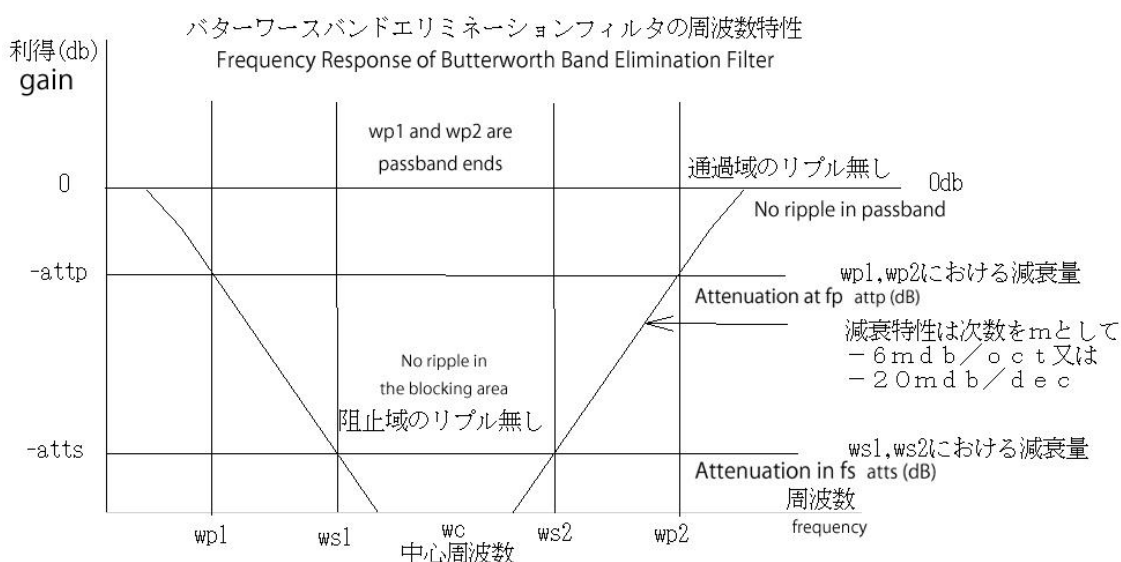


図7-1 バターワースBEフィルタの周波数特性

Figure 7-1 Frequency Response of Butterworth BE Filter

図7-1における、 $(wp2-wp1), ws1, ws2, wc, attp, atts$ を与えられて、フィルタの次数 m を求め最終的に伝達関数を求めます。

Given $(wp2-wp1), ws1, ws2, wc, attp, atts$ in Figure 7-1, find the order m of the filter and finally the transfer function.

ここに、 $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2, attp=3$ とします。Let $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ and $attp=3$.

$$d = \frac{\log\left(\frac{10^{atts/10} - 1}{10^{attp/10} - 1}\right)}{2.0 \log\left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}}\right)} \quad (7-38)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、 m と ω_c を(7-32)から(7-37)に適用すると最終的な設計が完了します。

The final design is then completed when m and Wc are applied to equations (7-32) through (7-37).

7-5 チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

7-5 Summary of Transfer Function of Chebyshev BE Filter

チェビシェフBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、(7-2)、(7-10)を適用して、

Let the Chebyshev BE filter order m , center frequency ω_c , stopband width B_w , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$. The transfer function of the Chebyshev BE filter is obtained by applying Eqs. (7-2) and (7-10),

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-39)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-40)$$

(7-39), (7-40) において In equations (7-39) and (7-40)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k \omega_{ck}} \quad (7-42)$$

7-5 チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\
 l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}
 \end{aligned} \tag{7-43}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \tag{7-44}$$

2 次のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、 $A_2 = \sqrt{L}$

1 次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

The second-order high-pass and low-pass filter gains are $A_2 = \sqrt{L}$

The gain in $s=0, s=\infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

7-6 与えられた仕様を満たすチェビシェフBEフィルタの設計

7-6 Designing a Chebyshev BE filter to meet given specifications

7-5 までで、フィルタの次数 m と中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 及び通過域のリプル $\text{attp}(\text{dB})$ によってチェビシェフBEフィルタの設計が可能になりました。

次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 7-5, the Chebyshev BE filter can now be designed based on the filter order m , center frequency ω_c , stopband width B_w , and passband ripple $\text{attp}(\text{dB})$.

The following shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the two given frequencies, attenuation and ripple.

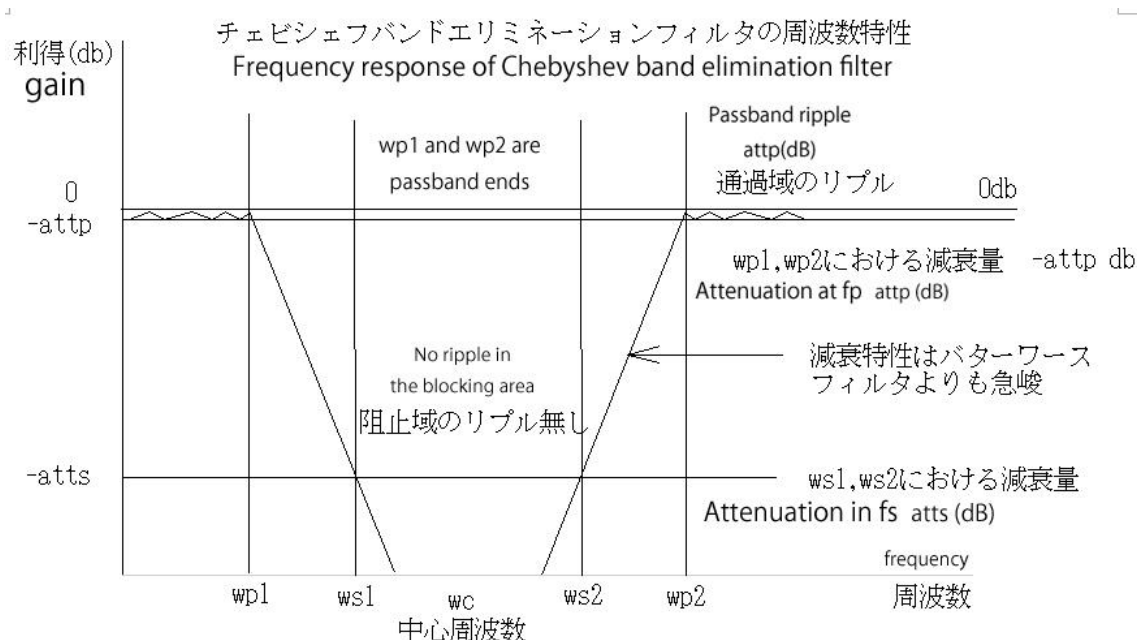


図7-2 チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-2 Frequency response of Chebyshev BE filter

図7-2における、wp1,wp2,ws1,ws2,wc,attp,attsを与えられて、チェビシェフBEフィルタを設計するには、まず次式によりフィルタの次数を求めます。

To design a Chebyshev BE filter given wp1, wp2, ws1, ws2, wc, attp, and atts in Figure 7-2, first determine the order of the filter by the following equation.

ここに、 $B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}$, $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$ とします。

Here, let $B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}$, $\omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$.

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}} \right)} \quad (7-45)$$

$$m = \text{ceil}(d)$$

次に、mを(7-39)から(7-44)に適用すると最終的な設計が完了します。

Applying m to equations (7-39) through (7-44) then completes the final design.

7-7 逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

7-7 Summary of Transfer Function of Inverse Chebyshev BE Filter

逆チェビシェフBEフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数は、(7-2)、(7-18)を適用して、

When the order m of the inverse Chebyshev BE filter, the center frequency ω_c , the stopband width B_w , and the attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at ω_{s1} , as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the inverse Chebyshev BE filter is, by applying equations (7-2) and (7-18),

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-46)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-47)$$

(7-46)、(7-47)において In equations (7-46) and (7-47)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

7-7 逆チェビシェフBEフィルタの伝達関数のまとめ

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \quad (7-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1}B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2}$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{za} = \omega_c/\sqrt{N}$$

(7-46)、(7-47) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in Equations (7-46) and (7-47) and the gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$A_2 = \sqrt{L/N} \quad (7-52)$$

1 次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

The gain in $s=0, s=\infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

逆チェビシェフBEフィルタ設計における注意

Note on Inverse Chebyshev BE Filter Design

1。次ページの図7-3における、wp1,wp2,ws1,ws2,attp,attsに基づき、次数mを式(7-54)によって決定します。

1. based on wp1, wp2, ws1, ws2, attp, atts in Figure 7-3 on the next page, determine the order m by Equation (7-54).

2。(7-46)から(7-51)を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ を与えます。

2. When applying equations (7-46) through (7-51), $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ is given.

7-8 与えられた仕様を満たす逆チェビシェフBEフィルタの設計

7-8 Design of an inverse Chebyshev BE filter to meet given specifications

7-7までで、次数 m と中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $atts(db)$ によって逆チェビシェフBEフィルタの設計が可能になりました。次は与えられた2組みの周波数と減衰量およびリップルから、最低限必要なフィルタの次数を求めてフィルタを設計する方法を示します。

Up to 7-7, the inverse Chebyshev BE filter can be designed by using the order m , the center frequency ω_c , the stopband width B_w , and the attenuation $atts(db)$ in ω_{s1} . The next section shows how to design a filter by finding the minimum required filter order from the two given frequencies, attenuation and ripple.

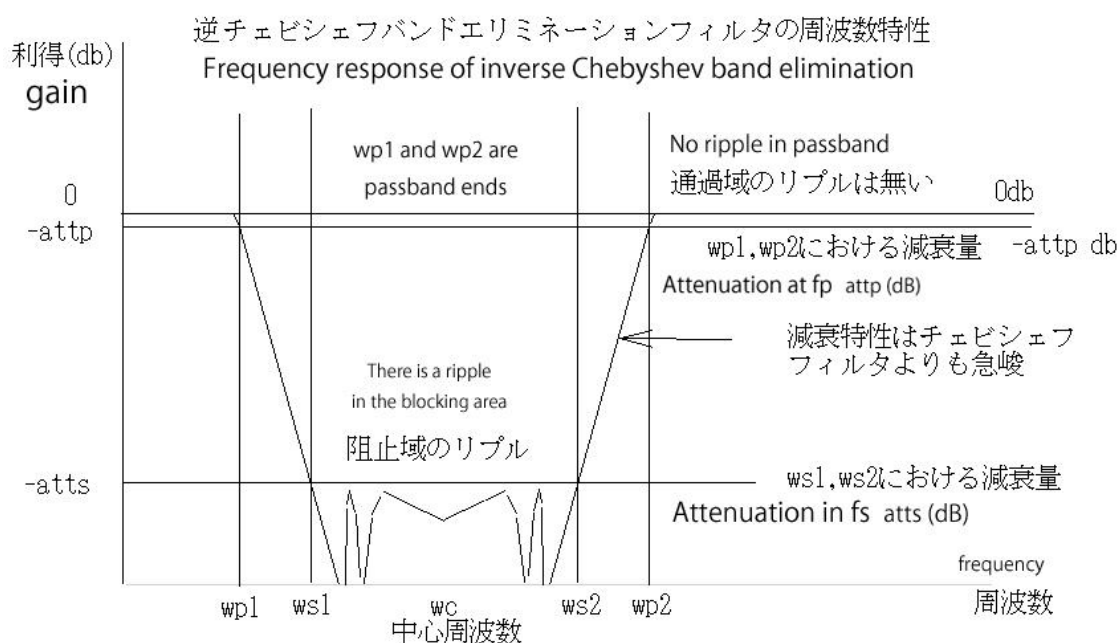


図 7-3 逆チェビシェフBEフィルタの周波数特性

Figure 7-3 Frequency response of the inverse Chebyshev BE filter

上図において、計算式における中心周波数 ω_c は、これまでのバターワースフィルタ等では減衰量を指定する周波数 ω_{s1} 、 ω_{p1} に相当します。

従って、これまでと同じようにカットオフ周波数として ω_p の値を入力して、減衰量を指定する周波数として ω_s の値を入力する場合の式は以下のようになります。

In the above figure, the center frequency ω_c in the calculation formula corresponds to the frequencies ω_{s1} and ω_{p1} , which specify the attenuation in conventional butterworth filters, etc.

Therefore, the formula for the case where the value of ω_p is input as the cutoff frequency as before and the value of ω_s is input as the frequency to specify the attenuation is as follows.

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{att_s/10} - 1}} \quad (7-53)$$

$$d = \frac{\cosh^{-1} \left\{ \sqrt{(10^{att_s/10} - 1) / (10^{att_p/10} - 1)} \right\}}{\cosh^{-1} \left(\frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}} \right)} \quad (7-54)$$

従って、フィルタの次数 m は (7-54) の d を切り上げて、

Thus, the filter order m is (7-54) d rounded up,

$$m = \text{ceil}(d) \quad (7-55)$$

次に、 m を式 (7-46) から (7-52) に適用すると最終的な設計が完了します。

Applying m to equations (7-46) through (7-52) then completes the final design.

7-9 楕円関数BEフィルタの伝達関数のまとめ

7-9 Summary of Transfer Function of Elliptic Function BE Filter

楕円関数BEフィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 阻止帯域幅 B_w , 通過域のリプル $attp(db)$, 周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $atts(db)$ を確保する場合、

Elliptic function BE filter order m (unknown), center frequency ω_c , stopband width B_w , passband ripple $attp(db)$, and minimum attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{s1} ,

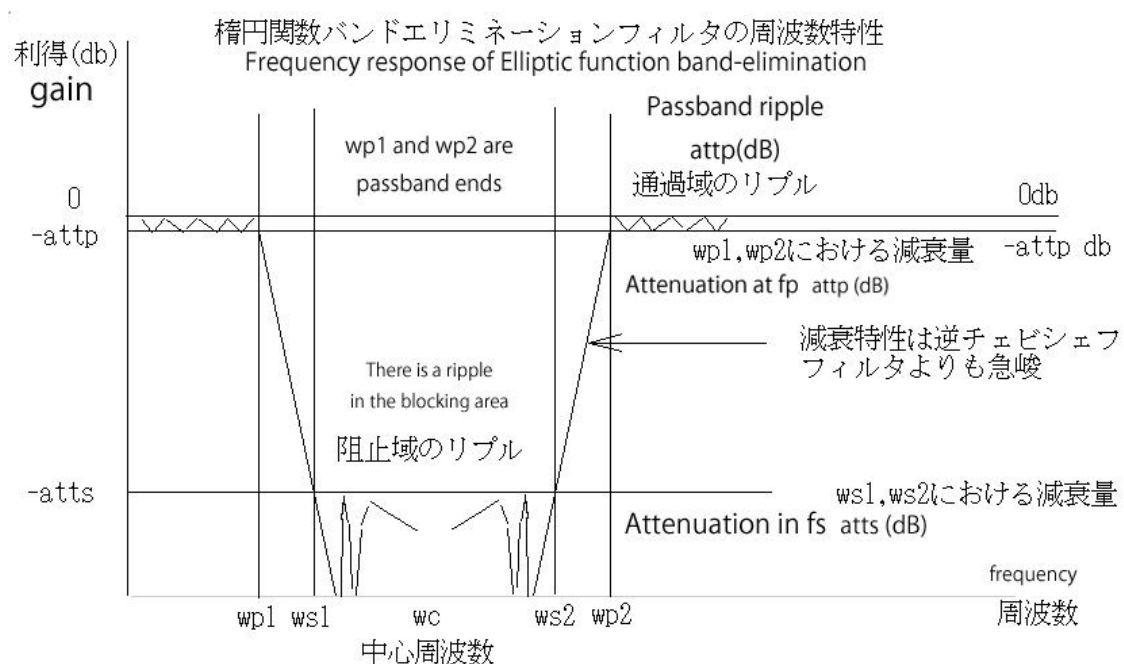


図7-4 楕円関数BEフィルタの周波数特性

Figure 7-4 Frequency response of an elliptic function BE filter

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、

$$\text{As } B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k),$$

mが奇数の時 When m is odd

$$x_{zv} = sn(2vK/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x_{zv} = sn[(2v-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

mを切り上げる Round up m

式(7-3), (7-29)を適用して、 Applying equations (7-3) and (7-29),

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma}s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-55)$$

$$= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma}s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)} C_H \sigma} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 C_H ， σ ， p_v ， q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H ， σ ， p_v ， q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_v^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 s^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^2 + x_{zv}^2 \right]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$\begin{aligned} H_m(\omega_p, s) &= \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ G &= \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \end{aligned} \quad (7-56)$$

ただし、 C_H ， p_v ， q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H ， p_v ， q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_v^2 \right]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^2 + x_{zv}^2 \right]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} \left[s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2 \right] \end{aligned}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2\omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2\omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1}B_w + n_2}{2x_v^2\omega_c^2} \\
 \omega_{za} &= \sqrt{N}\omega_c, \omega_{zb} = \omega_c/\sqrt{N}
 \end{aligned} \tag{7-24}$$

(7-55)、(7-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in Equations (7-55) and (7-56) and the gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{x_v}{(C_H\sigma)^{\frac{1}{\text{int}(m/2)*2}}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots\dots m = \text{even} \\
 G &= \frac{x_v}{(C_H)^{\frac{1}{\text{int}(m/2)*2}}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots\dots m = \text{odd}
 \end{aligned} \tag{7-57}$$

1 次の部分のBEフィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

The gain in $s=0, s=\infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

7-10 総体的なBEフィルタの設計の手順

1. 阻止帯域の下限周波数 ω_{p1} を入力
 2. 阻止帯域の上限周波数 ω_{p2} を入力
 3. 阻止帯域の上限・下限周波数における減衰量 $\text{attp}(\text{db})$ を入力
(バターワースでは、 $\text{attp} = 3.01$ とします)
 4. 最低減衰量を指定する周波数 ω_{s1} について、比率 $x_s (= \omega_{s1}/\omega_{p1})$ を入力
 5. 最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を入力
 6. 中心周波数を計算する。 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$
 7. 最低減衰量を達成する周波数 ω_{s1}, ω_{s2} を計算する。 $\omega_{s1} = \omega_{p1} * x_s, \omega_{s2} = \omega_{p2}/x_s$
 8. 阻止帯域幅 B_w を計算する。 $B_w = (\omega_{p2} - \omega_{p1})$
- 以上により得られた、パラメータを各設計式で用います。

7-10 Procedures for designing an overall BE filter

1. input the lower limit frequency ω_{p1} of the stopband
 2. Enter the upper frequency ω_{p2} of the stopband
 3. Enter the attenuation $\text{attp}(\text{db})$ at the upper and lower stopband frequencies.
(For Butterworth, $\text{attp} = 3.01$)
 4. Enter the ratio $x_s (= \omega_{s1}/\omega_{p1})$ for the frequency ω_{s1} for which the minimum attenuation is specified.
 5. Enter the minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$
 6. Calculate the center frequency, $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$
 7. Calculate the frequencies ω_{s1} and ω_{s2} at which the minimum attenuation is achieved.
 $\omega_{s1} = \omega_{p1} * x_s, \omega_{s2} = \omega_{p2}/x_s$
 8. Calculate the stopband width B_w : $B_w = (\omega_{p2} - \omega_{p1})$
- The parameters obtained above are used in each design equation.

逆チェビシェフBEフィルタ設計における注意

1. 図7-3における、 $\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{s1}, \omega_{s2}, \omega_{atp}, \omega_{atts}$ に基づき、次数 m を式(7-54)によって決定します。

2. (7-46)から(7-51)を適用する時に、 $\omega_c = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}}$, $B_w = \omega_{s2} - \omega_{s1}$ を与えます。

Notes on Inverse Chebyshev BE Filter Design

1. based on $\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{s1}, \omega_{s2}, \omega_{atp}, \omega_{atts}$ in Figure 7-3, determine the order m by Equation (7-54).
2. when applying (7-46) through (7-51), give ω_c

アナログフィルタの設計と合成

第8章 BEフィルタの合成

Chapter 8: BE Filter Synthesis

8-1 BEフィルタの種類と基本回路形式

- a. バターワースBEフィルタ
- b. チェビシェフBEフィルタ
- c. 逆チェビシェフBEフィルタ
- d. 楕円関数BEフィルタ

8-1 Types of BE Filters and Basic Circuit Forms

- a. Butterworth BE filter
- b. Chebyshev BE filter
- c. Inverse Chebyshev BE filter
- d. Elliptic function BE filter

1 次のBEフィルタ基本回路 First-order BE filter basic circuit

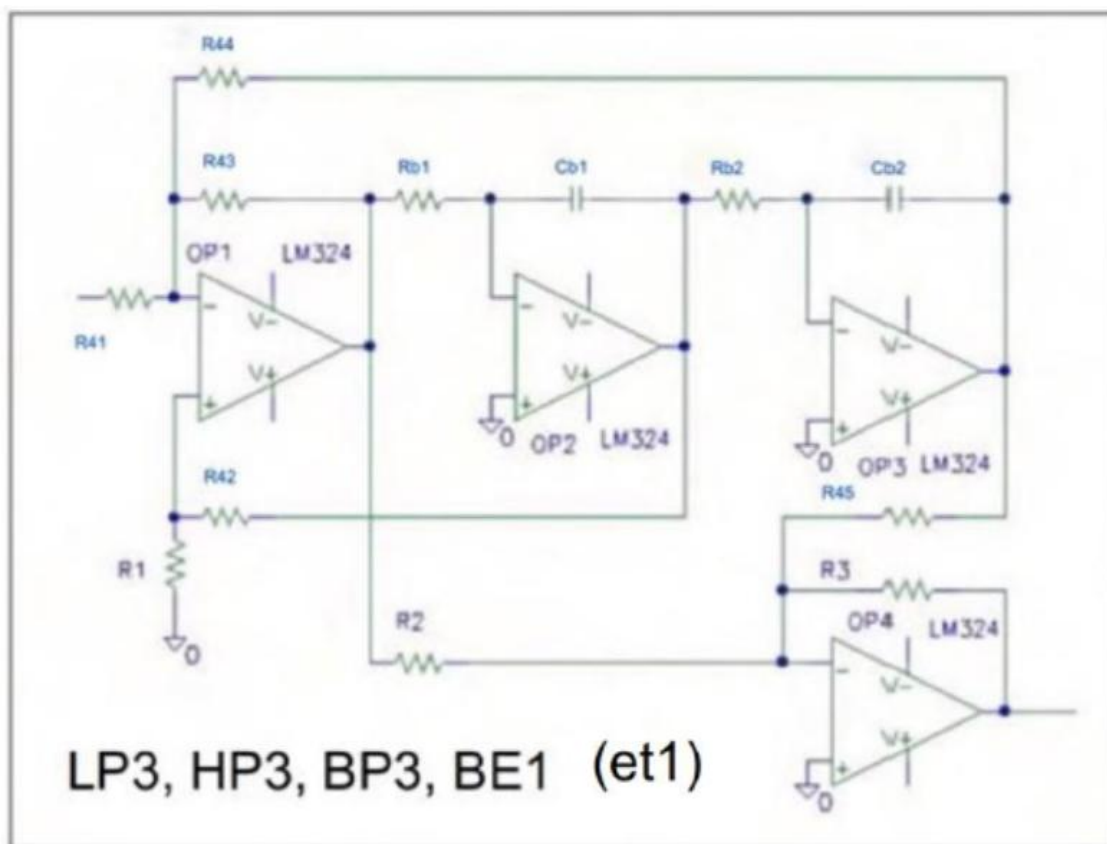


図8-1 1 次のBEフィルタ基本回路 lpet1_2.cir (図2-5と同じ)

Figure 8-1 First-order BE filter basic circuit lpet1_2.cir (same as Figure 2-5)

l p e t 1 _ 2 . c i r の伝達関数 Transfer function of lpet1_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}} \quad (8-1)$$

ローパスフィルタをBEフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のBEフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2次のハイパスフィルタと2次のローパスフィルタに変換される。

When a low-pass filter is converted to a BE filter, the first-order function of the low-pass filter is converted to a first-order BE filter.

The second-order function of the low-pass filter is then converted to a second-order high-pass filter and a second-order low-pass filter.

1 次のBEフィルタ基本回路 First-order BE filter basic circuit

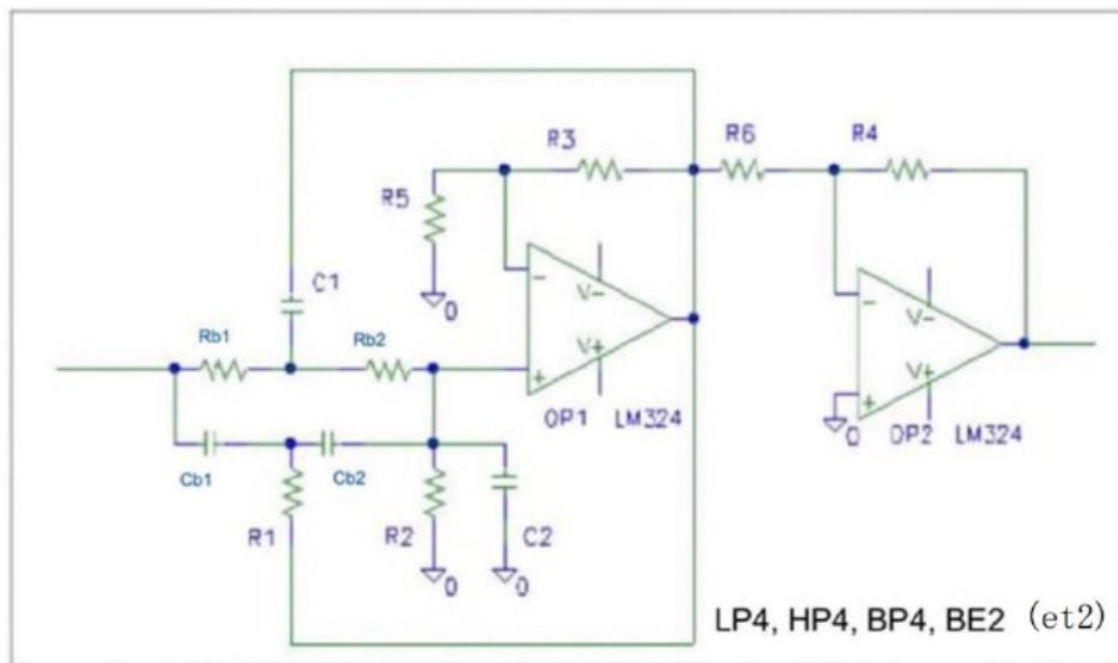


図8-2 1 次のBEフィルタ基本回路 lpet2_2.cir (図2-6と同じ)

Figure 8-2 First-order BE filter basic circuit lpet2_2.cir (same as Figure 2-6)

lpet2_2.cirの伝達関数 Transfer function of lpet2_2.cir

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}} \quad (8-2)$$

$$R1 = \frac{Rb}{2}, C1 = 2 \cdot Cb, R2 = \frac{2 \cdot Rb}{kr}, C2 = \frac{kd \cdot Cb}{2}, R3 = (kk - 1) \cdot R5$$

ローパスフィルタをBEフィルタに変換すると、ローパスフィルタの1次の関数は1次のBEフィルタに変換される。

そして、ローパスフィルタの2次の関数は、2次のハイパスフィルタと2次のローパスフィルタに変換される。

When a low-pass filter is converted to a BE filter, the first-order function of the low-pass filter is converted to a first-order BE filter.

The second-order function of the low-pass filter is then converted to a second-order high-pass filter and a second-order low-pass filter.

8-2 各回路形式のフィルタ特性ごとの適用と回路定数の決定

B Eフィルタの特性の種類

- a. バターワース B E フィルタ
- b. チェビシェフ B E フィルタ
- c. 逆チェビシェフ B E フィルタ
- d. 楕円関数 B E フィルタ

8-2 Determination of application and circuit constants for each filter characteristic of each circuit type

Types of BE filter characteristics

- a. Butterworth BE filter
- b. Chebyshev BE filter
- c. Inverse Chebyshev BE filter
- d. Elliptic function BE filter

8-2-a バターワース B E フィルタへの適用

8-2-a Application to Butterworths BE filter

バターワース B E フィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w とするとき、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、バターワース B E フィルタの伝達関数は

When the order of the Butterworth BE filter is m , the center frequency ω_c , and the stopband width B_w , the transfer function of the Butterworth BE filter, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + B_w s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-31)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-32)$$

(7-31), (7-32) において In equations (7-31) and (7-32)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$\omega_{ck} = 1, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2} + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-36)$$

2 次の部分のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、

The gain of the high-pass filter and low-pass filter in the second-order section is,

$$A_2 = \sqrt{L} \quad (7-37)$$

1 次の部分の B E フィルタの $s = 0, s = \infty$ におけるゲインは、1 となります。

The gain in $s = 0, s = \infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet1_2.cir

$$Q_{be} = \omega_c / B_w, \quad R_b = Z \text{ とすると、} \quad \text{Let } Q_{be} = \omega_c / B_w, \quad R_b = Z,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= 1 \quad \therefore R_3 = R_2 \\ \omega_c^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4 \\ B_w &= \omega_c / Q_{be} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \\ \therefore R_1 &= \frac{R_4}{3Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4 \\ Q_{be} &> \frac{1}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c} \end{aligned} \tag{8-3}$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{L} \quad \therefore R_3 = \sqrt{L} R_2 \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \dots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \dots \therefore R_2 = \frac{R_4}{L} \\ K &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \\ \therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{R_4}{L}, \quad R_3 = \frac{R_4}{\sqrt{L}} \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}} \end{aligned} \tag{8-4}$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \therefore R_3 = \frac{1}{\sqrt{L}} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = L R_4 \\ M &= \frac{3 R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3 R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \\ \therefore R_1 &= \frac{M R_4}{3 \omega_{rb} - M}, \quad R_2 = L R_4, \quad R_3 = \sqrt{L} R_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{rb}}\end{aligned}\tag{8-5}$$

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet2_2.cir

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、 If $R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$,

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \cdots \cdots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk}\tag{8-6}$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}\tag{8-7}$$

$$\therefore kr = kd$$

$$B_w = \frac{\omega_c}{Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c\tag{8-8}$$

$$\therefore kk = \frac{(2Q_{be}-1)kd+4Q_{be}-1}{4Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2} > \frac{1}{2} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$\text{for } Q_{be} \text{ satisfying } kk > 1 \quad \therefore (2Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2} > \frac{1}{2},$$

$$kd > \frac{1}{2Q_{be} - 1} \quad (8-9)$$

を満たす、 kd を選択すると、 At that time, when kd is selected,

$$Q_{be} > \frac{1}{2}, \quad kd = kr > \frac{1}{2Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2Q_{be} - 1)kd + 4Q_{be} - 1}{4Q_{be}}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk} \quad (8-10)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1 + kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-11)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-12)$$

$$\omega_{ra}^2 = L\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1 + kr}{1 + kd}$$

$$\therefore kr = L(1 + kd) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 According to } \therefore kr = L(1 + kd) - 1 > L - 1,$$

$$kd = \frac{1 + kr}{L} - 1 \quad (8-13)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-14)$$

(8-13) を代入して、 $kk > 1$ より、 Substituting equation (8-13), from kk ,

$$kr > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-15)$$

従って、 Therefore,

$$kr > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kr > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right],$$

$$\begin{aligned} kd &= \frac{1+kr}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4} \\ R_1 &= \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2} \end{aligned} \quad (8-16)$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-17)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-18)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{\omega_c^2}{L} = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$$\therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1 \text{ に対して、 } \text{Depending on } \therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1,$$

$$kr = \frac{1+kd}{L} - 1 \quad (8-19)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-20)$$

(8-19) を代入して、 $kk > 1$ より、 Substituting equation (8-19), from $kk > 1$,

$$kd > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-21)$$

従って、 Therefore,

$$kd > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kd > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right],$$

$$kr = \frac{1 + kd}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1 + kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-22)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

8-2-b チェビシェフB Eフィルタへの適用

8-2-b Application to Chebyshev BE filter

チェビシェフB Eフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、チェビシェフB Eフィルタの伝達関数は、

If the Chebyshev BE filter order m , center frequency ω_c , stopband width B_w , and passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, then the transfer function of the Chebyshev BE filter, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d} s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-39)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L}(s^2 + \omega_c^2)(s^2 + \omega_c^2)/\sqrt{L}}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-40)$$

(7-39), (7-40) において In equations (7-39) and (7-40)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w + B_w^2 Q_k}}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2} \end{aligned} \quad (7-43)$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

2 次のハイパスフィルタとローパスフィルタのゲインは、 $A_2 = \sqrt{L}$

The second-order high-pass filter and low-pass filter gains are $A_2 = \sqrt{L}$

1 次の部分の B E フィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

The gain in $s=0, s=\infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet1_2.cir

$$R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w \text{ とすると、} \quad \text{If } R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= 1 \quad \therefore R_3 = R_2 \\ \omega_c^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4 \\ \frac{B_w}{\omega_d} &= \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \\ \therefore R_1 &= \frac{R_4}{3\omega_d Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4 \\ Q_{be} &> \frac{1}{3\omega_d} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c} \end{aligned} \quad (8-23)$$

第8章 BEフィルタの合成

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{L} \quad \therefore R_3 = \sqrt{L} R_2 \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = \frac{R_4}{L} \\ K &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-24) \\ \therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{R_4}{L}, \quad R_3 = \frac{R_4}{\sqrt{L}} \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}\end{aligned}$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \quad \therefore R_3 = \frac{1}{\sqrt{L}} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_c^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \cdots \therefore R_2 = LR_4 \\ M &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \quad (8-25) \\ \therefore R_1 &= \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = LR_4, \quad R_3 = \sqrt{L} R_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}\end{aligned}$$

l p e t 2__2. c i r を使用するとき

When using lpet2_2.cir

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、 If $R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$,

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-26)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-27)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-28)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d}$$

を満たす Q_{be} に対して、 For Q_{be} satisfying the condition,

$$kd > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1} \quad (8-29)$$

を満たす、 kd を選択すると、 $R_b = Z$ として、

If kd is selected and if $R_b = Z$

$$Q_{be} > \frac{1}{2\omega_d}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}} \quad (8-30)$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

第8章 BEフィルタの合成

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-31)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-32)$$

$$\omega_{ra}^2 = L \omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$\therefore kr = L(1+kd) - 1 > L - 1$ に対して、 Depending on $\therefore kr = L(1+kd) - 1 > L - 1$,

$$kd = \frac{1+kr}{L} - 1 \quad (8-33)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_c$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4} \quad (8-34)$$

(8-33) を代入して、 $kk > 1$ より、 From $kk > 1$, substituting (8-33),

$$kr > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-35)$$

従って、 Therefore,

$$kr > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kr > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right],$$

$$kd = \frac{1+kr}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)\sqrt{L}R_6}{kk} \quad (8-36)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{1}{\sqrt{L}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \quad (8-37)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad (8-38)$$

$$\omega_{rb}^2 = \frac{\omega_c^2}{L} = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}$$

$\therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1$ に対して、 Depending on $\therefore kd = L(1+kr) - 1 > L - 1$,

$$kr = \frac{1+kd}{L} - 1 \quad (8-39)$$

$$M = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd+kr+4-4kk}{1+kd} \omega_c$$

(8-40)

$$\therefore kk = \frac{kd+kr+4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4}$$

(8-39) を代入して、 $kk > 1$ より、 Substituting (8-39), from $kk > 1$,

$$kd > \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \quad (8-41)$$

従って、 Therefore,

$$kd > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kd > \max \left[(L-1), \frac{(L-1)\omega_c + K}{(L+1)\omega_c - K} \right],$$

$$\begin{aligned} kr &= \frac{1+kd}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_c}}{4} \\ R_1 &= \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk\sqrt{L}} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2} \end{aligned} \quad (8-42)$$

8-2-c 逆チェビシェフローパスフィルタへの適用

8-2-c Application to Inverse Chebyshe Flow Pass Filter

逆チェビシェフ B Eフィルタの次数 m 、中心周波数 ω_c 、阻止帯域幅 B_w 、 ω_{s1} における減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ とすると、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、逆チェビシェフ B Eフィルタの伝達関数は、

If the order m of the inverse Chebyshev BE filter, the center frequency ω_c , the stopband width B_w , and the attenuation $\text{atts}(\text{db})$ in ω_{s1} , then the transfer function of the inverse Chebyshev BE filter, as $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\omega_d}s + \omega_c^2} \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-46)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\sqrt{L/N}(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{N/L}(s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-47)$$

(7-46)、(7-47) において In equations (7-46) and (7-47)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\text{atts}/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_d = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4 \\ l_2 &= B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \end{aligned} \quad (7-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c/\sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2 \\ n_2 &= B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-51)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N}\omega_c, \omega_{za} = \omega_c/\sqrt{N}$$

(7-46)、(7-47) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter with cutoff frequency ω_{ra} in Equations (7-46) and (7-47) and the gain at DC of the second-order low-pass filter with cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$A_2 = \sqrt{L/N} \quad (7-52)$$

1 次の部分の B E フィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

The gain in $s=0, s=\infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet1_2.cir

$$R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w \text{ とすると、} \quad \text{If } R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= 1 \quad \therefore R_3 = R_2 \\ \omega_c^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4 \\ \frac{B_w}{\omega_d} &= \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \quad (8-43) \\ \therefore R_1 &= \frac{R_4}{3\omega_d Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4 \\ Q_{be} &> \frac{1}{3\omega_d} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c} \end{aligned}$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{\frac{L}{N}} \quad \therefore R_3 = \sqrt{\frac{L}{N}} R_2 \\ \omega_{ra}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \dots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_{za}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \dots \therefore R_2 = \frac{NR_4}{L} \\ K &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-44) \\ \therefore R_1 &= \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{NR_4}{L}, \quad R_3 = \sqrt{\frac{N}{L}} R_4 \\ \omega_{ra} &> \frac{K}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}} \end{aligned}$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \sqrt{\frac{N}{L}} \quad \therefore R_3 = \sqrt{\frac{N}{L}} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \dots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \\ \omega_{zb}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \dots \therefore R_2 = \frac{L R_4}{N} \\ M &= \frac{3 R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3 R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \\ \therefore R_1 &= \frac{M R_4}{3 \omega_{rb} - M}, \quad R_2 = \frac{L R_4}{N}, \quad R_3 = \sqrt{\frac{L}{N}} R_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z \omega_{rb}}\end{aligned}\tag{8-45}$$

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet2_2.cir

$R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$ とすると、 If $R_b = Z$, $Q_{be} = \omega_c / B_w$,

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk}\tag{8-46}$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd}\tag{8-47}$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\omega_d} = \frac{\omega_c}{\omega_d Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c\tag{8-48}$$

$$\therefore kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d} \text{ を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$\text{For } Q_{be} \text{ satisfying } kk > 1 \quad \therefore (2\omega_d Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\omega_d} > \frac{1}{2\omega_d},$$

$$kd > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1} \quad (8-49)$$

を満たす、 kd を選択すると、 $R_b = Z$ として、

Selecting the appropriate kd , as $R_b = Z$,

$$\begin{aligned} Q_{be} &> \frac{1}{2\omega_d}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\omega_d Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\omega_d Q_{be} - 1)kd + 4\omega_d Q_{be} - 1}{4\omega_d Q_{be}} \\ R_1 &= \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2} \end{aligned} \quad (8-50)$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{\frac{L}{N}} \cdots \therefore R_4 = \frac{(1 + kd)}{kk} \sqrt{\frac{L}{N}} R_6 \quad (8-51)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{za} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-52)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1 + kr}{1 + kd} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{za}^2$$

$$\therefore kr = \frac{L(1 + kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kd = \frac{N(1 + kr)}{L} - 1 \quad (8-53)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_{za}$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_{za}}}{4} \quad (8-54)$$

(8-53) を代入して、 $kk > 1$ より、
Substituting equation (8-53), from $kk > 1$,

$$kr > \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \quad (8-55)$$

従って、 Therefore,

$$kr > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kr > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{za} + KN}{(L+N)\omega_{za} - KN} \right],$$

$$\begin{aligned} kd &= \frac{N(1+kr)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1+kd)}{\omega_{za}}}{4} \\ R_1 &= \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{L}{N}} R_6 \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2} \end{aligned} \quad (8-56)$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = \sqrt{\frac{N}{L}} \dots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{N}{L}} R_6 \quad (8-57)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{zb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-58)$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} = \frac{1+kr}{1+kd} \omega_{zb}^2$$

$$\therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } \therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1,$$

$$kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1 \quad (8-59)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1+kd} \omega_{zb} \quad (8-60)$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4}$$

(8-59) を代入して、 $kk > 1$ より、 Substituting equation (8-59), from $kk > 1$,

$$kd > \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \quad (8-61)$$

従って、 Therefore,

$$kd > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kd > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right],$$

$$kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4} \quad (8-62)$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk-1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \sqrt{\frac{N}{L}} R_6$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

8-2-d 楕円関数ローパスフィルタへの適用

8-2-d Application to Elliptic Function Low Pass Filter

楕円関数BEフィルタの次数 m (未知), 中心周波数 ω_c , 阻止帯域幅 B_w 、通過域のリプル $\text{attp}(\text{db})$ 、周波数 ω_{s1} において最低減衰量 $\text{atts}(\text{db})$ を確保する場合、

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

として、

Elliptic function BE filter order m (unknown), center frequency ω_c , stopband width B_w , passband ripple $\text{attp}(\text{db})$, minimum attenuation $\text{atts}(\text{db})$ at frequency ω_{s1} , as

$$B_w = \omega_{p2} - \omega_{p1}, \quad \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_c^2$$

$$x_L = (\omega_{p2} - \omega_{p1}) / (\omega_{s2} - \omega_{s1}) = 1/k, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad K = K(k)$$

m が奇数の時 When m is odd

$$x_{zv} = \text{sn}(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

m が偶数の時 When m is even

$$x_{zv} = \text{sn}[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\text{attp}/10} - 1}, \quad L = \sqrt{(10^{\text{atts}/10} - 1) / (10^{\text{attp}/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

m を切り上げる Round up m

m が奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{1}{C_H \sigma} \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma}s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \quad (7-55)$$

$$= \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{B_w}{\sigma}s + \omega_c^2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{(s^2 + Ks + \omega_{ra}^2)} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{(s^2 + Ms + \omega_{rb}^2)}$$

第8章 BEフィルタの合成

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)C_H\sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 C_H 、 σ 、 p_v 、 q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H 、 σ 、 p_v 、 q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_p} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned}$$

mが偶数の時 When m is even

$$\begin{aligned} H_m(\omega_p, s) &= \frac{1}{C_H} \prod_{v=1}^{m/2} \frac{\sqrt{\frac{L}{N}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{\sqrt{\frac{N}{L}} \frac{x_v}{\sqrt{q_v}} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \\ &= \prod_{v=1}^{m/2} \frac{G(s^2 + \omega_{za}^2)}{s^2 + Ks + \omega_{ra}^2} \frac{G \frac{N}{L} (s^2 + \omega_{zb}^2)}{s^2 + Ms + \omega_{rb}^2} \end{aligned} \quad (7-56)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{m}C_H} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

ただし、 C_H 、 p_v 、 q_v は次式を満たすものとします。

However, C_H 、 p_v 、 q_v shall satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \\ K &= LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \end{aligned} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\
 l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\
 L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22) \\
 \omega_{ra} &= \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \\
 n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\
 N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24) \\
 \omega_{za} &= \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}
 \end{aligned}$$

(7-55)、(7-56) のカットオフ周波数 ω_{ra} の2次のハイパスフィルタの周波数無限大におけるゲインと、カットオフ周波数 ω_{rb} の2次のローパスフィルタのDCにおけるゲインは等しく、

The gain at frequency infinity of the second-order high-pass filter at cutoff frequency ω_{ra} in Equations (7-55) and (7-56) and the gain at DC of the second-order low-pass filter at cutoff frequency ω_{rb} are equal,

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{x_v}{(m-1)\sqrt{C_H} \sigma} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots \dots m = even \\
 G &= \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}} \dots \dots \dots m = odd
 \end{aligned} \quad (7-57)$$

1 次の部分の B E フィルタの $s=0, s=\infty$ におけるゲインは、1 となります。

The gain in $s=0, s=\infty$ of the BE filter for the first-order part is 1.

楕円関数 B E フィルタの伝達関数は逆チェビシェフ B E フィルタの伝達関数と全く同じ書式になったので、計算値としては異なるが、合成のための式は共用出来ます。

The transfer function of the elliptic BE filter is now in exactly the same format as the transfer function of the inverse Chebyshev BE filter, so although the calculated values are different, the formulas for the synthesis can be shared.

l p e t 1 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet1_2.cir

$$R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w \text{ とすると、} \quad \text{If } R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{R_3}{R_2} = 1 \quad \therefore R_3 = R_2$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} \dots \therefore R_2 = R_4$$

$$\frac{B_w}{\sigma} = \frac{\omega_c}{\sigma Q_{be}} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_c \quad (8-63)$$

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3\sigma Q_{be} - 1}, \quad R_2 = R_3 = R_4$$

$$Q_{be} > \frac{1}{3\sigma}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{R_3}{R_2} = G \quad \therefore R_3 = GR_2$$

$$\omega_{ra}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \dots \therefore \omega_{ra} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_{za}^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ra}^2 \dots \therefore R_2 = \frac{NR_4}{L}$$

$$K = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{ra} \quad (8-64)$$

$$\therefore R_1 = \frac{KR_4}{3\omega_{ra} - K}, \quad R_2 = \frac{NR_4}{L}, \quad R_3 = \frac{GNR_4}{L}$$

$$\omega_{ra} > \frac{K}{3}$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{ra}}$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\begin{aligned}\frac{R_3}{R_2} &= \frac{GN}{L} \quad \therefore R_3 = \frac{GN}{L} R_2 \\ \omega_{rb}^2 &= \frac{1}{C_b^2 R_b^2} \cdots \therefore \omega_{rb} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-65) \\ \omega_{zb}^2 &= \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{rb}^2 \cdots \therefore R_2 = \frac{LR_4}{N} \\ M &= \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} = \frac{3R_1}{R_1 + R_4} \omega_{rb} \\ \therefore R_1 &= \frac{MR_4}{3\omega_{rb} - M}, \quad R_2 = \frac{LR_4}{N}, \quad R_3 = GR_4 \\ \omega_{rb} &> \frac{M}{3} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_{rb}}\end{aligned}$$

l p e t 2 _ 2 . c i r を使用するとき

When using lpet2_2.cir

$$R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w \text{ とすると、} \quad \text{If } R_b = Z, \quad Q_{be} = \omega_c / B_w,$$

1 次の回路部分 1st order section

$$\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} = 1 \cdots \therefore R_4 = \frac{(1+kd)R_6}{kk} \quad (8-66)$$

$$\omega_c^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1+kr}{1+kd} \quad (8-67)$$

$$\therefore kr = kd$$

$$\frac{B_w}{\sigma} = \frac{\omega_c}{\sigma Q_{be}} = \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} = \frac{2kd+4-4kk}{1+kd} \omega_c \quad (8-68)$$

$$\therefore kk = \frac{(2\sigma Q_{be} - 1)kd + 4\sigma Q_{be} - 1}{4\sigma Q_{be}}$$

$$kk > 1 \quad \therefore (2\sigma Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\sigma} > \frac{1}{2\sigma} \quad \text{を満たす } Q_{be} \text{ に対して、}$$

$$\text{For } Q_{be} \text{ satisfying } kk > 1 \quad \therefore (2\sigma Q_{be} - 1)kd > 1 \quad \therefore Q_{be} > \frac{\frac{1}{kd} + 1}{2\sigma} > \frac{1}{2\sigma},$$

$$kd > \frac{1}{2\sigma Q_{be} - 1} \quad (8-69)$$

を満たす、 kd を選択すると、 $R_b = Z$ として、

Selecting the appropriate kd , as $R_b = Z$,

$$\begin{aligned} Q_{be} &> \frac{1}{2\sigma}, \quad kd = kr > \frac{1}{2\sigma Q_{be} - 1}, \quad kk = \frac{(2\sigma Q_{be} - 1)kd + 4\sigma Q_{be} - 1}{4\sigma Q_{be}} \\ R_1 &= \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)R_6}{kk} \\ R_b &= Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2} \end{aligned} \quad (8-70)$$

2 次の回路部分 2nd order section

1 番目の回路については、 For the first circuit,

$$\frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} = G \dots \therefore R_4 = \frac{(1 + kd)}{kk} GR_6 \quad (8-71)$$

$$\omega_{za}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{za} = \frac{1}{C_b R_b} \quad (8-72)$$

$$\omega_{ra}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1 + kr}{1 + kd} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{za}^2$$

$$\therefore kr = \frac{L(1 + kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } \therefore kr = \frac{L(1 + kd)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1,$$

$$kd = \frac{N(1 + kr)}{L} - 1 \quad (8-73)$$

$$K = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_{za}$$

$$kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_{za}}$$

$$\therefore kk = \frac{\omega_{za}}{4} \quad (8-74)$$

(8-73) を代入して、 $kk > 1$ より、
Substituting equation (8-73), from $kk > 1$,

$$kr > \frac{(L - N)\omega_{za} + KN}{(L + N)\omega_{za} - KN} \quad (8-75)$$

従って、 Therefore,

$$kr > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L - N)\omega_{za} + KN}{(L + N)\omega_{za} - KN} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kr > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L - N)\omega_{za} + KN}{(L + N)\omega_{za} - KN} \right],$$

$$kd = \frac{N(1 + kr)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{K(1 + kd)}{\omega_{za}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1 + kd)}{kk} GR_6 \quad (8-76)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

2 番目の回路については、同様に For the second circuit, similarly

$$\frac{kk}{1 + kd} \frac{R_4}{R_6} = \frac{GN}{L} \dots \therefore R_4 = \frac{(1 + kd)}{kk} \frac{GN}{L} R_6 \quad (8-77)$$

$$\omega_{zb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \quad \therefore \omega_{zb} = \frac{1}{C_b R_b}$$

$$\omega_{rb}^2 = \left(\frac{1}{C_b R_b} \right)^2 \frac{1 + kr}{1 + kd} = \frac{1 + kr}{1 + kd} \omega_{zb}^2 \quad (8-78)$$

$$\therefore kd = \frac{L(1+kr)}{N} - 1 > \frac{L}{N} - 1 \text{ に対して、 } kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1 \quad (8-79)$$

$$M = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{C_b R_b (1 + kd)} = \frac{kd + kr + 4 - 4kk}{1 + kd} \omega_{zb}$$

$$\therefore kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4} \quad (8-80)$$

(8-79) を代入して、 $kk > 1$ より、
Substituting equation (8-79), from $kk > 1$,

$$kd > \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \quad (8-81)$$

従って、 Therefore,

$$kd > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right] \text{ に対して、}$$

$$\text{Depending on } kd > \max \left[\left(\frac{L}{N} - 1 \right), \frac{(L-N)\omega_{zb} + K}{(L+N)\omega_{zb} - K} \right],$$

$$kr = \frac{N(1+kd)}{L} - 1, \quad kk = \frac{kd + kr + 4 - \frac{M(1+kd)}{\omega_{zb}}}{4}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}, \quad R_2 = \frac{2Z}{kr}, \quad R_3 = (kk - 1)R_5, \quad R_4 = \frac{(1+kd)}{kk} \frac{GN}{L} R_6 \quad (8-82)$$

$$R_b = Z, \quad C_b = \frac{1}{Z\omega_c}, \quad C_1 = 2C_b, \quad C_2 = \frac{kdC_b}{2}$$

アナログフィルタの設計と合成

第9章 アナログフィルタからディジタルフィルタへの変換（双1次変換）

Chapter 9 Conversion from Analog Filter to Digital Filter (Bi-First Order Conversion)

アナログフィルタの伝達関数においてサンプリング周波数を f_s として、

$s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$, $t_s = \frac{1}{f_s}$ と置き換えると、ディジタルフィルタの伝達関数が得られます。

In the transfer function of an analog filter, the sampling frequency is f_s , and replacing

it with $s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$, $t_s = \frac{1}{f_s}$ yields the transfer function of a digital filter.

カットオフ周波数 ω_d のディジタルフィルタを設計する時に、元になるアナログフィルタの

カットオフ周波数 ω_c は $\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right)$ によって求められます。

When designing a digital filter with cutoff frequency ω_d , the cutoff frequency ω_c of

the original analog filter is determined by $\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right)$.

$$s = \frac{2}{t_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}, \quad t_s = \frac{1}{f_s} \quad (9-1)$$

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_d t_s}{2}\right) \quad (9-2)$$

周波数 ω_{pd} において減衰量 $att_p(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ のフィル

タを作成するときに元になるアナログフィルタの仕様は、周波数 $\omega_p = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right)$ において減

衰量 $att_p(db)$ 、周波数 $\omega_s = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right)$ において減衰量 $atts(db)$ のフィルタになります。

When creating a filter with attenuation at frequency ω_{pd} and attenuation at frequency

ω_{sd} , the original analog filter specification is a filter with attenuation at frequency

$$\omega_p = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right) \text{ and attenuation at frequency } \omega_s = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right).$$

9-1 デジタルフィルタの伝達関数の形

9-1 Form of the transfer function of a digital filter

1 次の関数 1st order function

$$H_1(\omega_d, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \quad (9-3)$$

2 次の関数 2nd order function

$$H_2(\omega_d, z) = \frac{C_0(1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2})}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}} \quad (9-4)$$

m 次の関数 m-order function

$$H_m(\omega_d, z) = \left[\frac{C_0(1 + B_1 z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \right] \prod_{k=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + B_{2k} z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-5)$$

9-2 デジタルフィルタの構成

9-2 Configuration of Digital Filter

1 次の関数 1st order function

1 次のディジタルフィルタの構成

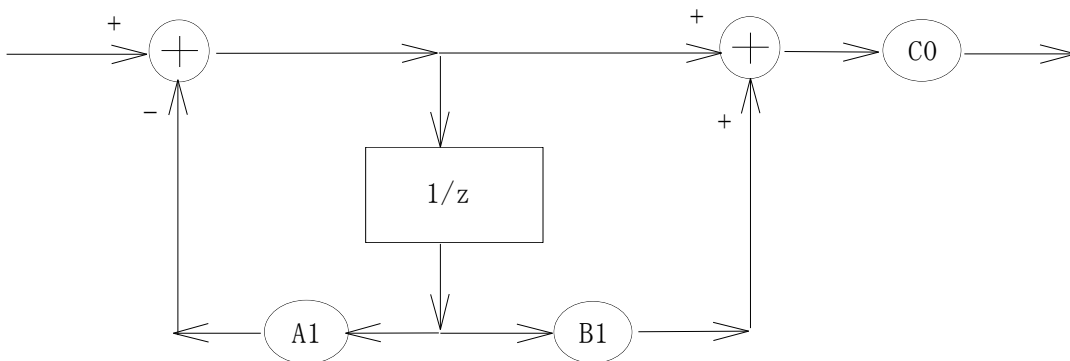


図9-1 1 次のディジタルフィルタの構成

Figure 9-1 First-order digital filter configuration

2次の関数 2nd order function

2次のデジタルフィルタの構成

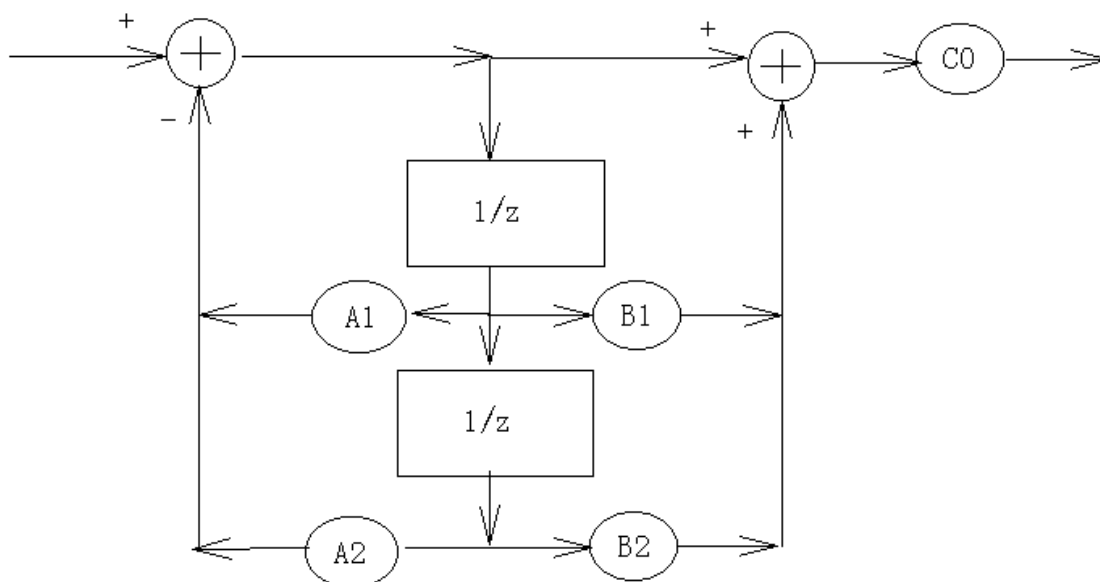


図9-2 2次のデジタルフィルタの構成

Figure 9-2 Second-order digital filter configuration

9-4 デジタル ローパスフィルタの伝達関数

9-4 Transfer Function of a Digital Low-pass Filter

9-4-1 バターワース ローパスフィルタ

9-4-1 Butterworth low-pass filter

周波数 ω_{pd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルバターワースローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Butterworth low-pass filter with attenuation at frequency ω_{pd} and sampling frequency f_s with attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} , the corresponding frequency and order of the original analog filter can be obtained by the following formula

$$\omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left(\omega_{sa} / \omega_{pa}\right)}$$

元になるアナログフィルタのカットオフ周波数 $\omega_c = \omega_{pa} / \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1}$

Cutoff frequency of the original analog filter ω_c

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルバターワースローパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Butterworth low-pass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-6)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k}z^{-1} + A_{2k}z^{-2}} \quad (9-7)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_c}{2 + t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_c}{2 + t_s \omega_c} \quad (9-8)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-9)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \{-4 + (t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-6) から (9-9) において In formulas (9-6) to (9-9)

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (9-10)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}, \quad Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

9-4-2 チェビシェフ ローパスフィルタ

9-4-2 Chebyshev low-pass filter

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリップル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルチェビシェフローパスフィルタを作成

するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Chebyshev low-pass filter of sampling frequency F_s with ripple

$attp(db)$ at cutoff frequency ω_{cd} and attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} , the

corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following formula

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_{sa} / \omega_c\right)}$$

$t_s = 1/f_s$ 、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルチェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Chebyshev low-pass filter is

m が奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-11)$$

m が偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-12)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-13)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k (t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-14)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-11) から (9-14) において In equations (9-11) to (9-14)

$$\varepsilon = \sqrt{10^{atp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}, \quad Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} \quad (9-15)$$

$$\omega_{dd} = \omega_c \sinh(d)$$

9-4-3 逆チェビシェフ ローパスフィルタ

9-4-3 Inverse Chebyshev Low Pass Filter

カットオフ周波数 ω_{cd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル逆チェビシェフローパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital inverse Chebyshev flow-pass filter at sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at cutoff frequency ω_{cd} and minimum attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} , the corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following formula

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_c / \omega_{pa}\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタル逆チェビシェフローパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital inverse Chebyshev flow-pass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-16)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1}+A_{2k} z^{-2}} \quad (9-17)$$

$$C_0 = \frac{t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-18)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k \omega_{ck}^2 (4r_k^2 + t_s^2)}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4r_k^2 + t_s^2)}{4r_k^2 + t_s^2} \quad (9-19)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k (t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-16) から (9-19) において、 In equations (9-16) through (9-19),

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \frac{\cos(a_k)}{\omega_c}$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \omega_c / \sinh(d)$$

9-4-4 楕円関数 ローパスフィルタ

9-4-4 Elliptic Function Low Pass Filter

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリプル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数ローパスフィルタを作成する

ときに、元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital elliptic low-pass filter with a sampling frequency f_s at a cutoff frequency ω_{cd} with an attenuation $attp(db)$ and a minimum attenuation $atts(db)$ at a frequency ω_{sd} , the corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following equations.

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_{sa} / \omega_c = 1/k, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$\text{As } \omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_{sa} / \omega_c = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

mを切り上げる Round up m

$$t_s = 1/f_s, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \text{ として } \text{As } t_s = 1/f_s, \quad \varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1},$$

ディジタル楕円関数ローパスフィルタの伝達関数は

The transfer function of the digital elliptic function low-pass filter is

mが奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+z^{-1})}{1+A_1 z^{-1}} \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-20)$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1+A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-21)$$

ただし、mが奇数の時、 C_H , σ , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

However, when m is odd, C_H , σ , p_ν , q_ν must satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

また、mが偶数の時、 C_H , p_ν , q_ν は次式を満たすものとします。

Also, when m is even, C_H , p_ν , q_ν satisfies the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_\nu^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^2 + x_{z\nu}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{\nu=1}^{m/2} [s^4 + (2q_\nu - p_\nu^2)s^2 + q_\nu^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(9-20)、(9-21)において、

In Equations (9-20) and (9-21),

$$C_0 = \frac{t_s \sigma}{2 + t_s \sigma}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \sigma}{2 + t_s \sigma} \quad (9-22)$$

$$C_{0k} = \frac{G(4 + t_s^2 \omega_c^2 x_v^2)}{4 + 2p_v t_s + q_v t_s^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4 + t_s^2 \omega_c^2 x_v^2)}{4 + t_s^2 \omega_c^2 x_v^2} \quad (9-23)$$

$$A_{1k} = \frac{2(-4 + q_v t_s^2)}{4 + 2p_v t_s + q_v t_s^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2p_v t_s + q_v t_s^2}{4 + 2p_v t_s + q_v t_s^2}$$

$$G = \frac{1}{(C_H \sigma)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = \text{odd} \quad (9-24)$$

$$G = \frac{1}{(C_H)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = \text{even}$$

9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数

9-5 Transfer Function of Digital High-pass Filter

9-5-1 バターワース ハイパスフィルタ

9-5-1 Butterworth high-pass filter

周波数 ω_{pd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルバターワースハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Butterworth high-pass filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at frequency ω_{pd} and attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} , the corresponding frequencies and orders of the original analog filter are obtained by the following equations

$$\omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log(\omega_{pa} / \omega_{sa})}$$

$$\omega_c = \omega_{pa} \sqrt[2m]{10^{attp/10} - 1}$$

$t_s = 1/f_s$ 、 $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルバターワースハイパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Butterworth high-pass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-1})}{1+A_1z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \quad (9-25)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-2z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \quad (9-26)$$

9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数

9-5-1 バターワース ハイパスフィルタ

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_c}{2 + t_s \omega_c} \quad (9-27)$$

$$C_{0k} = \frac{4Q_k}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-28)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-25) から (9-28) において、 In equations (9-25) through (9-28),

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l) \quad (9-29)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots (0 \leq k \leq l)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}} = \omega_c$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

9-5-2 チェビシェフ ハイパスフィルタ

9-5-2 Chebyshev high-pass filter

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリプル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルチェビシェフハイパスフィルタを作成

するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Chebyshev high-pass filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at frequency ω_{cd} and attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} ,

the corresponding frequencies and orders of the original analog filter are obtained by the following equations

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_c / \omega_{sa}\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルチェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Chebyshev high-pass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 - z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-30)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-31)$$

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-32)$$

$$C_{0k} = \frac{4Q_k}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2} \quad (9-33)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \left\{ -4 + (t_s \omega_{ck})^2 \right\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-30) から (9-33) において、 In equations (9-30) through (9-33),

$$\varepsilon = \sqrt{10^{atp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (9-34)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \frac{\omega_c}{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \frac{\omega_c}{\sinh(d)}$$

9-5-3 逆チェビシェフ ハイパスフィルタ

9-5-3 Inverse Chebyshev high-pass filter

カットオフ周波数 ω_{cd} において減衰量 $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル逆チェビシェフハイパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital inverse Chebyshev high-pass filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at cutoff frequency ω_{cd} and attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} , the corresponding frequencies and orders of the original analog filter are obtained by the following equations

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left(\omega_{pa} / \omega_c\right)}$$

$t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタル逆チェビシェフハイパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital inverse Chebyshev high-pass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1 - z^{-1})}{1 + A_1 z^{-1}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-35)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k} z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k} z^{-1} + A_{2k} z^{-2}} \quad (9-36)$$

$$C_0 = \frac{2}{2 + t_s \omega_{dd}}, \quad A_1 = \frac{-2 + t_s \omega_{dd}}{2 + t_s \omega_{dd}} \quad (9-37)$$

$$C_{0k} = \frac{Q_k(4 + r_k^2 t_s^2)}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(-4 + r_k^2 t_s^2)}{4 + r_k^2 t_s^2} \quad (9-38)$$

$$A_{1k} = \frac{2Q_k \{-4 + (t_s \omega_{ck})^2\}}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4Q_k - 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}{4Q_k + 2t_s \omega_{ck} + Q_k(t_s \omega_{ck})^2}$$

(9-35) から (9-38) において、 In equations (9-35) through (9-38),

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (9-39)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \omega_c \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \omega_c \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \omega_c \sinh(d)$$

9-5-4 楕円関数 ハイパスフィルタ

9-5-4 Elliptic Function High Pass Filter

カットオフ周波数 ω_{cd} においてリプル $attp(db)$ 、周波数 ω_{sd} において最低減衰量

$atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数ハイパスフィルタを作成する

ときに、元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital elliptic high-pass filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at cutoff frequency ω_{cd} and attenuation $atts(db)$ at frequency ω_{sd} , the corresponding frequencies and orders of the original analog filter are obtained by the following equations.

$$\omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_c / \omega_{sa} = 1/k, \quad K = K(k) \text{ として、}$$

$$\text{As } \omega_c = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{cd} t_s}{2}\right), \quad \omega_{sa} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd} t_s}{2}\right), \quad x_L = \omega_c / \omega_{sa} = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1) / (10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

mを切り上げる Round up m

$t_s = 1/f_s$, $\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$ として、ディジタル楕円関数ハイパスフィルタの伝達関数は

As $t_s = 1/f_s$ and $\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$, the transfer function of the digital elliptic function high-pass filter is

mが奇数の時 When m is odd

$$x_{zv} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x_{zv} = sn[(2\nu - 1)K/m] \quad (1-127b)$$

9-5 デジタル ハイパスフィルタの伝達関数

$$x_v = \frac{x_L}{x_{zv}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2}, \quad C_2 = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{1-x_v^2}{1-x_{zv}^2} \quad (1-129)$$

mが奇数の時 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-1})}{1+A_1z^{-1}} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \quad (9-40)$$

mが偶数の時 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{v=1}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \quad (9-41)$$

ただし、mが奇数の時、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, when m is odd, C_H , σ , p_v , q_v must satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

また、mが偶数の時、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

Also, when m is even, C_H , p_v , q_v satisfies the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

(9-20)、(9-21) において、 In Equations (9-20) and (9-21),

$$C_0 = \frac{2\sigma}{2\sigma + t_s \omega_c}, \quad A_1 = \frac{-2\sigma + t_s \omega_c}{2\sigma + t_s \omega_c} \quad (9-42)$$

$$C_{0k} = \frac{G(t_s^2 \omega_c^2 + 4x_v^2)}{4q_v + 2p_v t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}, \quad B_{1k} = \frac{2(t_s^2 \omega_c^2 - 4x_v^2)}{t_s^2 \omega_c^2 + 4x_v^2} \quad (9-43)$$

$$A_{1k} = \frac{2(-4q_v + t_s^2 \omega_c^2)}{4q_v + 2p_v t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}, \quad A_{2k} = \frac{4q_v - 2p_v t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}{4q_v + 2p_v t_s \omega_c + t_s^2 \omega_c^2}$$

$$G = \frac{1}{(C_H \sigma)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = odd \quad (9-44)$$

$$G = \frac{1}{(C_H)^{1/(m/2)}} \quad \dots m = even$$

9-6 デジタル バンドパスフィルタの伝達関数

9-6 Transfer Function of a Digital Bandpass Filter

9-6-1 バターワース バンドパスフィルタ

9-6-1 Butterworth bandpass filter

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s

のディジタルバターワースバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Butterworth bandpass filter of sampling frequency F_s with attenuation $attp(db)$ at the lower passband frequency ω_{pd1} and the upper passband frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$, the corresponding frequency and order of the original analog filter is obtained by the following formula

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1} / \omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\log\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{2.0 \log\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right) / \left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルバター

ワースバンドパスフィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Butterworth bandpass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-45)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-46)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s}{4+2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-47)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s \omega_c)^2\}}{4+2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}{4+2B_w t_s + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{2GK t_s}{4+2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2} \quad (9-48)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s \omega_{ra})^2\}}{4+2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4+2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{2GM t_s}{4+2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2} \quad (9-49)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s \omega_{rb})^2\}}{4+2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4+2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-45) から (9-49) において、 In equations (9-45) through (9-49),

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (5-33)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k} \quad (5-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-36)$$

9-6-2 チェビシェフ バンドパスフィルタ

9-6-2 Chebyshev bandpass filter

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} においてリプル

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s

のディジタルチェビシェフバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Chebyshev bandpass filter of sampling frequency f_s with attenuation $atts(db)$ at the lower passband frequency ω_{pd1} and the upper passband

frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$, the

corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following equations

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1} / \omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right) / \left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right) / \left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルチェビ

シェフバンドパスフィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer

function of the digital Chebyshev bandpass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-50)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1-z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1-z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-51)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s \omega_{dd}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-52)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{2GK t_s}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2} \quad (9-53)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2K t_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{2GM t_s}{4 + 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2} \quad (9-54)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2M t_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-50) から (9-54) において、 In equations (9-50) through (9-54),

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (5-44)$$

9-6-3 逆チェビシェフ バンドパスフィルタ

9-6-3 Inverse Chebyshev bandpass filter

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において最低減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数

f_s のディジタル逆チェビシェフバンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital inverse Chebyshev bandpass filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at the lower passband frequency ω_{pd1} and the upper

passband frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$, the

corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following equations

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1}/\omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right)/\left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)/\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)\right\}}$$

$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタル逆チェビシェフバンドパスフィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}$, $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital inverse Chebyshev bandpass filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-55)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1 + B_{1k}z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1k}z^{-1} + A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1 + B_{1l}z^{-1} + z^{-2})}{1 + A_{1l}z^{-1} + A_{2l}z^{-2}} \quad (9-56)$$

$$C_0 = \frac{2B_w t_s \omega_{dd}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2} \quad (9-57)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_c)^2\}}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4 - 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}{4 + 2B_w t_s \omega_{dd} + (t_s \omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{GL\{4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{N\{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2\}}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{za})^2\}}{4 + (t_s \omega_{za})^2} \quad (9-58)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{ra})^2\}}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4 - 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}{4 + 2Kt_s + (t_s \omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{G\{4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{zb})^2\}}{4 + (t_s \omega_{zb})^2} \quad (9-59)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4 + (t_s \omega_{rb})^2\}}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4 - 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}{4 + 2Mt_s + (t_s \omega_{rb})^2}$$

(9-55) から (9-59) において、 In equations (9-55) through (9-59),

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10} - 1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (5-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w \omega_{ck}}{(1+L)Q_k} \quad (5-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 \omega_{ck}^4 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 \omega_{ck}^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 - 2\omega_c^2 \quad (5-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w \omega_{ck}} + B_w^2 Q_k \omega_{ck}^2}{4Q_k \omega_c^2}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4r_k^2 \omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 + 2r_k^2 \omega_c^2 \quad (5-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2r_k^2 \omega_c^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}, \quad \omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \quad \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}, \quad G = r_k \omega_{ck} \sqrt{N/L}$$

9-6-4 楕円関数 バンドパスフィルタ

9-6-4 Elliptic Function Bandpass Filter

通過帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び通過帯域の上限周波数 ω_{pd2} においてリプル

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$ において最低減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル楕円関数バンドパスフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital elliptic bandpass filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at the lower passband frequency ω_{pd1} and the upper passband frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}/x_d$, the corresponding frequency and order of the original analog filter is obtained by the following formula

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1} t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2} t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1} \omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1} t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{pa1}/\omega_{sa1}, \quad \omega_{sa2} = x_{sa} \omega_{pa2}, \quad x_L = (\omega_{sa2} - \omega_{sa1})/(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}) = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

mを切り上げる Round up m

$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタル楕円関数バンドパスフィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$ and $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital elliptic function bandpass filter is

mが奇数の時 When m is odd

$$x_{z\nu} = sn(2\nu K/m) \quad (1-127a)$$

mが偶数の時 When m is even

$$x_{z\nu} = sn[(2\nu-1)K/m] \quad (1-127b)$$

$$x_\nu = \frac{x_L}{x_{z\nu}} \quad (1-128)$$

$$C_1 = \prod_{\nu=1}^{(m-1)/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2}, \quad C_2 = \prod_{\nu=1}^{m/2} \frac{1-x_\nu^2}{1-x_{z\nu}^2} \quad (1-129)$$

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1-z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{\nu=0}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-60)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{\nu=0}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-61)$$

$$C_0 = \frac{2B_w\sigma_s}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-62)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}{4+2B_w\sigma_s+(t_s\omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{GL\{4+(t_s\omega_{za})^2\}}{N\{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2\}}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+(t_s\omega_{za})^2} \quad (9-63)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{G\{4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+(t_s\omega_{zb})^2} \quad (9-64)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-60) から (9-64) において、 In equations (9-60) through (9-64),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$l_1 = B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4$$

$$l_2 = B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}} B_w + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

ただし、 m が奇数の時、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, when m is odd, C_H , σ , p_v , q_v must satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^{2(m-1)/2} \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ & = -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m-1]{C_H} \sigma} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

また、 m が偶数の時、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

Also, when m is even, C_H , p_v , q_v satisfies the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ & = C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2)s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt[m]{C_H}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

9-7 デジタル バンドエリミネーションフィルタの伝達関数

9-7 Transfer Function of a Digital Band Elimination Filter

9-7-1 バターワース BEフィルタ

9-7-1 Butterworths BE Filter

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s

のディジタルバターワースBEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Butterworth BE filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at the lower stopband frequency ω_{pd1} and the upper stopband frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$, the corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following equations.

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1}/\omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2}/x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\log\{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)\}}{2.0 \log\{(\omega_{pa2} - \omega_{pa1})/(\omega_{sa2} - \omega_{sa1})\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}}$$

$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルバターワースBEフィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Butterworth BE filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1z^{-1}+z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-65)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-66)$$

$$C_0 = \frac{4+(t_s\omega_c)^2}{4+2B_w t_s + (t_s\omega_c)^2}, \quad B_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-67)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2B_w t_s + (t_s\omega_c)^2}, \quad A_2 = \frac{4-2B_w t_s + (t_s\omega_c)^2}{4+2B_w t_s + (t_s\omega_c)^2}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L}\{4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2K t_s + (t_s\omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-68)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2K t_s + (t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2K t_s + (t_s\omega_{ra})^2}{4+2K t_s + (t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{4+(t_s\omega_c)^2}{\sqrt{L}\{4+2M t_s + (t_s\omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-69)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2M t_s + (t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2M t_s + (t_s\omega_{rb})^2}{4+2M t_s + (t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-65) から (9-69) において、 In equations (9-65) through (9-69),

$$p_k = \cos\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l)$$

$$q_k = \sin\left(\frac{\pi(2k+1+m)}{2m}\right) \dots\dots (0 \leq k \leq l) \quad (7-33)$$

$$Q_k = -\frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k} = -\frac{1}{2p_k}$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-34)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-35)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2}\sqrt{l_2 + \sqrt{l_1}Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L}\omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-36)$$

9-7-2 チェビシェフ BE フィルタ

9-7-2 Chebyshev BE Filter

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタルチェビシェフ BE フィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital Chebyshev BE filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at the lower stopband frequency ω_{pd1} and the upper stopband frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$, the corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following equations.

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1}/\omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2}/x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right)/\left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)/\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}},$$

$B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタルチェビシェフ BE フィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{pa2} - \omega_{pa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital Chebyshev BE filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1z^{-1}+z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-70)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-71)$$

$$C_0 = \frac{\{4+(t_s\omega_c)^2\}\omega_{dd}}{4\omega_{dd}+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}, \quad B_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-72)$$

$$A_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}\omega_{dd}}{4\omega_{dd}+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}, \quad A_2 = \frac{4\omega_{dd}-2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}{4\omega_{dd}+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L}\{4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-73)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{0k} = \frac{4-2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{4+(t_s\omega_c)^2}{\sqrt{L}\{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-74)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-70) から (9-74) において、 In equations (9-70) to (9-74),

$$\varepsilon = \sqrt{10^{attp/10} - 1}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$$

$$p_k = \sin(a_k) \sinh(d) > 0 \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-41)$$

$$q_k = \cos(a_k) \cosh(d)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = \sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-42)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-43)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} Q_k B_w} + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \omega_c \sqrt{L}, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L} \quad (7-44)$$

9-7-3 逆チェビシェフ バンドエリミネーションフィルタ

9-7-3 Reverse Chebyshev Band Elimination Filter

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s のディジタル逆チェビシェフBEフィルタを作成するとき元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital inverse Chebyshev BE filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at the lower stopband frequency ω_{pd1} and the upper stopband frequency ω_{pd2} , and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$, the corresponding frequency and order of the original analog filter are obtained by the following equations.

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1}/\omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2}/x_{sa}, \quad m = \text{ceil} \frac{\cosh^{-1}\left\{\left(10^{atts/10} - 1\right)/\left(10^{attp/10} - 1\right)\right\}}{\cosh^{-1}\left\{\left(\omega_{pa2} - \omega_{pa1}\right)/\left(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}\right)\right\}}$$

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}},$$

$B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$ として、ディジタル逆チェビシェフバンドエリミネーションフィルタの伝達関数は

As $B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}$, $t_s = 1/f_s$, $l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1$, the transfer function of the digital inverse Chebyshev BE filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1z^{-1}+z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-75)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^l \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-76)$$

$$C_0 = \frac{\{4+(t_s\omega_c)^2\}\omega_{dd}}{4\omega_{dd}+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}, \quad B_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-77)$$

$$A_0 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}\omega_{dd}}{4\omega_{dd}+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}, \quad A_2 = \frac{4\omega_{dd}-2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}{4\omega_{dd}+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\omega_{dd}}$$

$$C_{0k} = \frac{\sqrt{L/N}\{4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+(t_s\omega_{za})^2} \quad (9-78)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{\sqrt{N/L}\{4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{\{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+(t_s\omega_{zb})^2} \quad (9-79)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-75) から (9-79) において、 In Equations (9-75) through (9-79),

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{atts/10}-1}}$$

$$a_k = \frac{\pi(2k+1)}{2m} \dots\dots\dots k=0,1,\dots,\frac{m-1}{2}$$

$$d = \frac{1}{m} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$p_k = \frac{\sin(a_k) \sinh(d)}{1 + \sinh^2(d) - \sin^2(a_k)} \dots\dots\dots k = 0, 1, \dots, \frac{m-1}{2} \quad (7-48)$$

$$q_k = \frac{\cos(a_k) \cosh(d)}{\cosh^2(d) + \cos^2(a_k) - 1}$$

$$r_k = \cos(a_k)$$

$$\omega_{ck} = \sqrt{p_k^2 + q_k^2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{p_k^2 + q_k^2}}{2p_k}$$

$$\omega_{dd} = 1/\sinh(d)$$

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w}{(1+L)Q_k\omega_{ck}} \quad (7-49)$$

$$l_1 = B_w^4 Q_k^2 + 8B_w^2 Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 4B_w^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 + 16Q_k^2 \omega_c^4 \omega_{ck}^4$$

$$l_2 = B_w^2 Q_k^2 + 4Q_k^2 \omega_c^2 \omega_{ck}^2 - 2\omega_c^2 \omega_{ck}^2 \quad (7-50)$$

$$L = \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2} + \sqrt{l_1} Q_k B_w + B_w^2 Q_k}{4Q_k \omega_c^2 \omega_{ck}^2}$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \quad \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$n_1 = B_w^2 r_k^2 + 4\omega_c^2$$

$$n_2 = B_w^2 r_k^2 + 2\omega_c^2 \quad (7-51)$$

$$N = \frac{\sqrt{n_1} B_w r_k + n_2}{2\omega_c^2}$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{za} = \omega_c / \sqrt{N}$$

9-7-4 楕円関数 バンドエリミネーションフィルタ

9-7-4 Elliptic Function Band Elimination Filter

阻止帯域の下限周波数 ω_{pd1} 及び阻止帯域の上限周波数 ω_{pd2} において減衰量

$attp(db)$ 、周波数 $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$ において減衰量 $atts(db)$ でサンプリング周波数 f_s

のディジタル楕円関数BEフィルタを作成するときに元になるアナログフィルタの対応する周波数と次数は以下の式で求められます。

When creating a digital elliptic BE filter of sampling frequency f_s with attenuation $attp(db)$ at the lower stopband frequency ω_{pd1} and the upper stopband frequency

ω_{pd2} and attenuation $atts(db)$ at frequency $\omega_{sd1} = \omega_{pd1}x_d$, the corresponding frequencies and orders of the original analog filter are obtained by the following equations.

$$\omega_{pa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd1}t_s}{2}\right), \quad \omega_{pa2} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{pd2}t_s}{2}\right), \quad \omega_c = \sqrt{\omega_{pa1}\omega_{pa2}}, \quad \omega_{sa1} = \frac{2}{t_s} \tan\left(\frac{\omega_{sd1}t_s}{2}\right)$$

$$x_{sa} = \omega_{sa1}/\omega_{pa1}, \quad \omega_{sa2} = \omega_{pa2}/x_{sa}, \quad x_L = (\omega_{pa2} - \omega_{pa1})/(\omega_{sa2} - \omega_{sa1}) = 1/k, \quad K = K(k),$$

$$L = \sqrt{(10^{atts/10} - 1)/(10^{attp/10} - 1)}, \quad m = \frac{K(k)K'(L^{-1})}{K'(k)K(L^{-1})}$$

mを切り上げる Round up m

$$1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}}, \quad B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1 \text{ とし}$$

て。ディジタル楕円関数バンドエリミネーションフィルタの伝達関数は

$$\text{As } 1 < x_d < \sqrt{\omega_{pd2}/\omega_{pd1}}, \quad B_w = \omega_{sa2} - \omega_{sa1}, \quad t_s = 1/f_s, \quad l = \text{ceil}((\text{double})(m-1)/2) - 1,$$

the transfer function of the digital elliptic BE filter is

mが奇数であれば、 When m is odd

$$H_m(\omega_c, z) = \frac{C_0(1+B_1z^{-1}+z^{-2})}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}} \prod_{k=0}^{(m-1)/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-80)$$

mが偶数であれば、 When m is even

$$H_m(\omega_c, z) = \prod_{k=0}^{m/2} \frac{C_{0k}(1+B_{1k}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1k}z^{-1}+A_{2k}z^{-2}} \frac{C_{0l}(1+B_{1l}z^{-1}+z^{-2})}{1+A_{1l}z^{-1}+A_{2l}z^{-2}} \quad (9-81)$$

$$C_0 = \frac{\sigma\{4+(t_s\omega_c)^2\}}{4\sigma+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}, \quad B_1 = \frac{2\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4+(t_s\omega_c)^2} \quad (9-82)$$

$$A_0 = \frac{2\sigma\{-4+(t_s\omega_c)^2\}}{4\sigma+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}, \quad A_2 = \frac{4\sigma-2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}{4\sigma+2B_w t_s+(t_s\omega_c)^2\sigma}$$

$$C_{0k} = \frac{G\{4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad B_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{za})^2\}}{4+(t_s\omega_{za})^2} \quad (9-83)$$

$$A_{1k} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{ra})^2\}}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}, \quad A_{2k} = \frac{4-2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}{4+2Kt_s+(t_s\omega_{ra})^2}$$

$$C_{0l} = \frac{GN\{4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{L\{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2\}}, \quad B_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{zb})^2\}}{4+(t_s\omega_{zb})^2} \quad (9-84)$$

$$A_{1l} = \frac{2\{-4+(t_s\omega_{rb})^2\}}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}, \quad A_{2l} = \frac{4-2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}{4+2Mt_s+(t_s\omega_{rb})^2}$$

(9-80) から (9-84) において、 In equations (9-80) to (9-84),

$$K = LM, \quad M = \frac{B_w p_v}{(1+L)q_v} \quad (7-21)$$

$$\begin{aligned} l_1 &= B_w^4 - 4B_w^2 p_v^2 \omega_c^2 + 8B_w^2 q_v \omega_c^2 + 16q_v^2 \omega_c^4 \\ l_2 &= B_w^2 - 2p_v^2 \omega_c^2 + 4q_v \omega_c^2 \\ L &= \frac{\sqrt{l_1} + \sqrt{2} \sqrt{l_2 + \sqrt{l_1} B_w} + B_w^2}{4q_v \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-22)$$

$$\omega_{ra} = \sqrt{L} \omega_c, \omega_{rb} = \omega_c / \sqrt{L}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= B_w^2 + 4x_v^2 \omega_c^2, \quad n_2 = B_w^2 + 2x_v^2 \omega_c^2 \\ N &= \frac{\sqrt{n_1} B_w + n_2}{2x_v^2 \omega_c^2} \end{aligned} \quad (7-24)$$

$$\omega_{za} = \sqrt{N} \omega_c, \omega_{zb} = \omega_c / \sqrt{N}$$

ただし、mが奇数の時、 C_H , σ , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

However, when m is odd, C_H , σ , p_v , q_v must satisfy the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_1^2 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= -C_H^2 (s^2 - \sigma^2) \prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-7)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{(m-1)C_H \sigma}} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

また、mが偶数の時は、 C_H , p_v , q_v は次式を満たすものとします。

Also, when m is even, C_H , p_v , q_v satisfies the following equation

$$\begin{aligned} & \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_v^2]^2 + \varepsilon^2 C_2^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + x_{zv}^2]^2 \\ &= C_H^2 \prod_{v=1}^{m/2} [s^4 + (2q_v - p_v^2) s^2 + q_v^2] \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$G = \frac{x_v}{\sqrt{m} C_H} \sqrt{\frac{L}{q_v N}}$$

アナログフィルタの設計と合成

第10章 ベッセルローパスフィルタの設計

Chapter 10 Bessel Low Pass Filter Design

これまで、述べてきたバターワースローパスフィルタ、チェビシェフローパスフィルタ、逆チェビシェフローパスフィルタ及び楕円関数ローパスフィルタは周波数特性の中で特に減衰特性を重視して考案されたフィルタですが、これから述べるベッセルローパスフィルタは一定遅延特性を得ることを最大の目的として考案されたフィルタです。遅延が周波数成分に関わり無く等しいので、そのステップ応答には、本質的にリングングやオーバーシュートが現れず、インパルス応答も振動的になりません。しかし、減衰特性はかなり劣ります。

The butterworth low-pass filter, Chebyshe flow-pass filter, inverse Chebyshe flow-pass filter, and elliptic function low-pass filter described so far were designed with a particular emphasis on attenuation characteristics in the frequency response, while the Bessel low-pass filter, which will be described below, was designed with the primary objective of obtaining a constant delay characteristic. The Bessel low-pass filter, however, was designed with the primary objective of obtaining a constant-delay characteristic.

Since the delay is equal regardless of the frequency component, there is essentially no ringing or overshoot in the step response, and the impulse response is not oscillatory. However, its attenuation characteristics are quite poor.

10 章は中止しました。

Chapter 10 was cancelled.

第 1 1 章 素子値を E 2 4 シリーズに合わせる

Chapter 11 Matching Element Values to the E24 Series

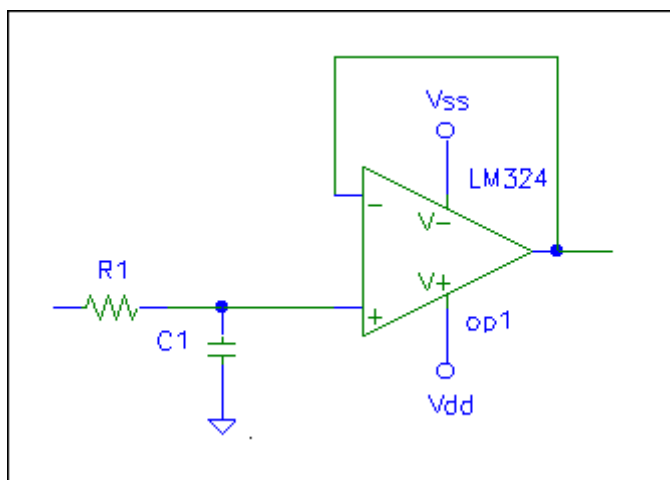
11 章は、フィルタの合成により計算された抵抗とコンデンサの値を E シリーズの数値を利用する時に、出来るだけ誤差が小さくなるように計算するプログラムを説明します。おまけ機能なので英語に翻訳していません。

Chapter 11 describes a program that calculates the values of resistors and capacitors calculated by synthesizing filters so that the error is as small as possible when using the E series values.

This is an extra function and has not been translated into English.

ローパスフィルタの合成

1 次のローパスフィルタ基本回路



l p 1 _ 1 . c i r の伝達関数

$$H_1(\omega_p, s) = \frac{(1/C_1 R_1)}{s + (1/C_1 R_1)}$$

第11章 素子値をE24シリーズに合わせる

バターワース ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

上の2つの式から、

$$\omega_c = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1} \quad (11-1)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順1」

1 $C_1 = 0.01\mu F$ から、スタートする。

2 $i_e = 1$

$C_m = C_1$ の仮数部、 $C_y = C_1$ の指数部とする。

$C_m = E24[i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i = 0$ 、 $C_m = E24[i_0 + i]$

3 (11-1) により、 $R_1 = \frac{1}{\omega_c C_1}$ を計算する。 $err = 0.002 * i_e$

4 $R_m = R_1$ の仮数部、 $R_y = R_1$ の指数部として、 R_m が $E24[i_1]$ に最も近い i_1 を求める。その時の誤差 $fabs(err) < err$ なら 7 にいく。

5 そうでなければ、 $i++$; $i < 24$ なら、 $C_m = E24[i_0 + 1]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$ として、3に戻る。

6 $i = 24$ ならば、 i_e++ ; $i = 0$ 、 $C_m = E24[i_0 + i]$ 、 $C_1 = C_m * C_y$ として、3に戻る。

7 C_1 、 R_1 および誤差を表示して、確認を求める。

C_1 を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

R_1 を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\omega_c R_1}$ として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

チェビシェフ及び逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\omega_d}{s + \omega_d}$$

従って、

$$\omega_d = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{\omega_d C_1} \quad (1\ 1 - 2)$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 1」において、 ω_c の代わりに ω_d を使用します。

楕円関数 ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \frac{\sigma}{s + \sigma}$$

従って、

$$\sigma = \frac{1}{C_1 R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{1}{C_1 \sigma} \quad (1\ 1 - 3)$$

素子値を E 2 4 シリーズに合わせる手順

「手順 1」において、 ω_c の代わりに σ を使用します。

／＊ 「手順 1」の 2 の処理プログラムの例

g e t c (C 1 , & C y , & i 0)

関数値として誤差を返す

＊／

double getcl(double d, double*yd, int *i)

{

double md, ld, mc, err1, err2;

int nd, i0;

ld = log10(d);

nd = (int)floor(ld);

md = pow(10.0, ld - nd);

i0 = (int)((ld - nd) * 24.0);

err1 = fabs((md - e24[i0])/md);

err2 = fabs((md - e24[i0+1])/md);

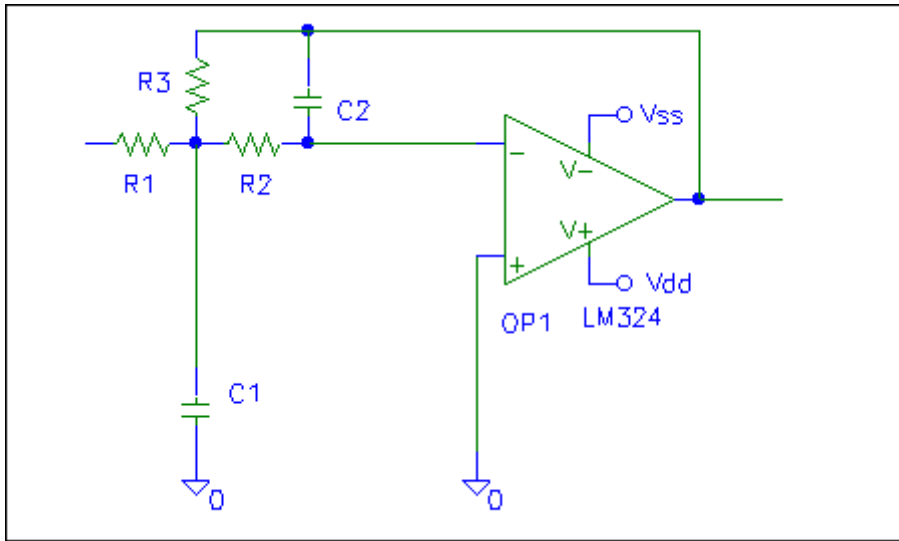
if(err1 > err2) {

```

        i0++;
        err1 = err2;
    }
    if(i0 >= 24){
        nd++;
        i0 -= 24;
    }
    *i = i0;
    *yd = pow(10.0,nd);
    return err1;
}

```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r



l p a t 1 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{C_1 R_1 R_2 R_3} s + \left(\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}\right)}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $R_1 = R_3$

$$C_2 = C \quad C_1 = mC$$

$$R_1 = R \quad R_2 = kR \quad \text{とすると、}$$

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{mk(CR)^2} \quad (11-4)$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{1+2k}{mkCR} \quad (11-5)$$

(11-4) と (11-5) から、

$$4Q_k^2 k^2 + (4Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0 \quad (11-6)$$

$$k > 0 \text{ より、} m \geq 8Q_k^2 \quad (11-7)$$

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 1 _ 2 . c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

このとき、

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2} \quad (11-8)$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順2」

2次のローパスフィルタ回路形式1 lp a t 1__2. c i r 用

1 与えられた、 ω_{ck}, Q_k から $Q_{k2} = 8Q_k^2$ を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$ から、スタートする。 $er = 0.0025$

2 $C_{2m} = C_2$ の仮数部、 $C_{2y} = C_2$ の指数部とする。

$C_{2m} = E24[i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$ie = 1$; $i_{02} = 0$; $er = er_0$

3 $C_2 = E24[i_0 + i_{02}] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}$; $C_1 = m * C_2$

C_1 より小さくない、最小のE24シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E24[i_1]$;

$i_{12} = 0$

4 $m = E24[i_1 + i_{12}] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 100 * Q_{k2}$ なら

もしも、 $++i_{02} < 24$ なら 3 に戻る。

$er = er_0 * (++ie)$; $i_{02} = 0$; 3 に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 4Q_k^2 + \sqrt{m(m - 8Q_k^2)}}{8Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E24[i_2]$ に最も近い i_2 と誤差を求める。

誤差が er より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++i_{12} < 24$ なら、4 に戻る。

$i_{12} = 24$ になったら、 $i_{12} = 0$; $C_{1y} *= 10.0$; 4 に戻る。

6 $R_2 = k * R_1$;

$R_{2m} = E24[i_2]$ に最も近い、 i_2 と誤差を求める。

誤差が er より大きければ、5 の戻る。

7 $C_1 = E24[i_1 + i_{12}] * C_{1y}$

8 C_1 、 C_2 、 R_1 、 R_2 および誤差を表示して、確認を求める。

C_2 を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

2次のローパスフィルタ基本回路 lp a t 1__2. c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

R1を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}R_1}$ として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

／＊ 「手順2」の3の処理のプログラム例

関数値として、与えられた数値より小さくなくて、

E24シリーズに該当する数値を返す。

与えられた数値の指数部を表わす変数を書き換える ＊／

```
double getg(double d,double*yd,int *i)
{
double mc,yc;
int i0;
mc = d;
getcl(mc,&yc,&i0); mc = e24[i0] * yc;
if(mc < d) i0++;
mc = e24[i0] * yc;
*yd = yc;
*i = i0;
return mc;
}
```

／＊ 「手順2」全体の処理のプログラム例

2次ローパスフィルタの回路形式1用 lpat1_2.cir

$$\frac{-\left(\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}\right)}{s^2 + \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{C_1R_1R_2R_3}s + \left(\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}\right)} = \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} \quad * /$$

```
void cal_rc_b1(int j)
{
int x,y,i0,i1,i2,i02,i12,kp,ie;
long int count=0L;
double Qk,wck,Qk2,R1,R2,R3,C1,C2,R1y,R2y,C1y,C2y,mm,kk;
double er,er0,rcin,ert1,ert2;
er0 = 0.0025;
y=wherey0;
```

```

        kp = j + 1;
        wck = pow(co[j][1],0.5);
        Qk = wck/co[j][0];
        Qk2 = 8.0*Qk*Qk;
        C2 = pow(10.0,-8.0);
loop_b1_0:
        getcl(C2,&C2y,&i0);      count++;
        if(j == 8)y = 7;
        i02 = 0; ie = 1;  er = er0;
loop_b1_1:
        C2 = e24[i0+i02] * C2y;
        mm = Qk2;
        C1 = mm * C2;
        C1 = getg(C1,&C1y,&i1); count++;
        i12 = 0;
loop_b1_2:
        mm = e24[i1+i12] * C1y/C2;
        if(mm > 100.0 * Qk2){
                if(++i02 < 24) goto loop_b1_1;
                er = er0 * (double)(++ie); i02 = 0;
                goto loop_b1_1;
        }
        kk = (mm-Qk2/2+sqrt(mm*(mm-Qk2)))/Qk2;
        R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk); count += 2;
        if(getcl(R1,&R1y,&i2) < er) goto loop_b1_3;
loop_b1_21:
        if(++i12 >= 24){
                i12 = 0; C1y *= 10.0;
        }
        goto loop_b1_2;
loop_b1_3:
        R2 = kk * R1; count += 2;
        if(getcl(R2,&R2y,&i2) < er) goto loop_b1_4;
        goto loop_b1_21;
loop_b1_4:
        C1 = e24[i1+i12] * C1y;

```

```

loop_b1_41:
    locate(1,y);      clrblw();
    ert2 = getcl(R1,&R1y,&i2);
    ert1 = ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(R2,&R1y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(C1,&C1y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert2 = getcl(C2,&C2y,&i2);
    ert1 += ert2 * ert2;
    ert1 = sqrt(ert1) * 100.0;
    ert2 = sqrt(1.0/C1/C2/R2/R1);
    ert2 = (wck*ert2)/wck*100.0;      count += 5;
    printf("R1_%d=%-9s R2_%d=%-9s R3_%d=%-9s¥n",
           kp,i_unit(su[0],R1),kp,i_unit(su[1],R2),kp,i_unit(su[2],R1));
    printf("C1_%d=%-9s C2_%d=%-9s  Err= %lf erwc %lf count %ld¥n",
           kp,i_unit(su[0],C1),kp,i_unit(su[1],C2),ert1,ert2,count);
    locate(1,23);      clrblw();
    printf("R1_%d を変更するなら R, C2_%d なら C, 係数 なら k, OK なら G ",
           kp,kp);
    x = wherex();
    if((j == 7) && (m != 8)){
        locate(1,24);
        printf("G なら、計算値の表示を初期化します");
    }
    locate(x,23);
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':      goto    loop_rc_r;
        case 'c':      goto    loop_rc_c;
        case 'k':      goto    loop_b1_21;
        case 'g':
            if(ert1 > 1e-10){
                locate(1,23);      clrblw();
                printf("E24 シリ-ズの値で近似しますか Y/N ");
                get_lower_string(buf);
            }
        }
    }

```

```

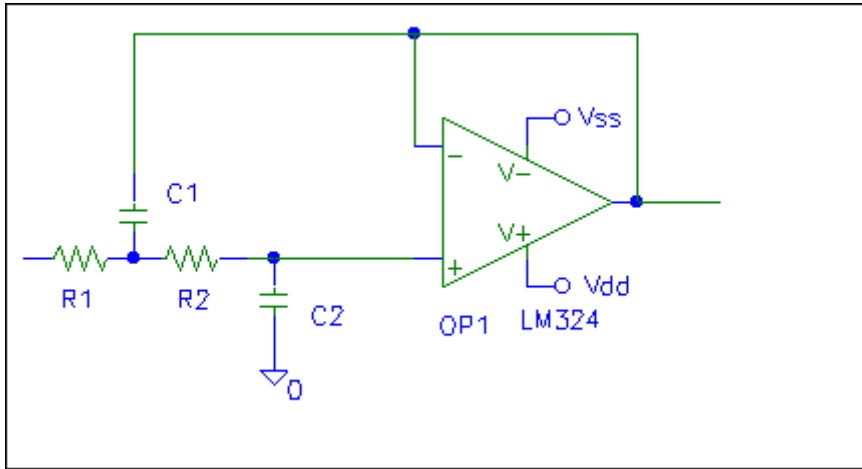
        if(buf[0] == 'y') {
            getcl(R1,&R1y,&i2);    R1 = e24[i2]*R1y;
            getcl(R2,&R2y,&i2);    R2 = e24[i2]*R2y;
            getcl(C1,&C1y,&i2);    C1 = e24[i2]*C1y;
            getcl(C2,&C2y,&i2);    C2 = e24[i2]*C2y;
            count    += 4;
            goto     loop_b1_41;
        }
    }
    locate(1,y+2);    clrblw0;
    wrt_ckt_fl(kp,R1,R2,R1,C1,C2);
    return;
default: goto     loop_b1_4;
}

loop_rc_r:
    locate(1,23);    clrblw0;
    printf("R1_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],R1));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0') goto     loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto     loop_rc_r;
    R1 = rcin;      C2 = 1.0/R1/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);    clrblw0;
    goto     loop_b1_0;

loop_rc_c:
    locate(1,23);    clrblw0;
    printf("C2_%d=%-9s  ",kp,i_unit(su[0],C2));
    rcin = r_num(get_lower_string(buf));
    if(buf[0] == '¥0') goto     loop_b1_0;
    if(rcin<=0)      goto     loop_rc_c;
    C2 = rcin;
    R1 = 1.0/C2/wck/sqrt(mm*kk);
    count    += 2;
    locate(1,23);    clrblw0;
    goto     loop_b1_0;
}

```

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2 _ 2 . c i r



l p a t 2 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

従って、 $C_1 = mC, C_2 = C, R_1 = R, R_2 = kR$ とすると、

$$\omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = \frac{1}{mk(CR)^2}$$

$$\frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} = \frac{1+k}{mkCR}$$

よって、与えられた正の実数mに対して、kは

$Q_k^2 k^2 + (2Q_k^2 - m)k + Q_k^2 = 0$ を満足するはずです。判別式から、

$$D = (2Q_k^2 - m)^2 - 4Q_k^4 = m(m - 4Q_k^2) \geq 0$$

$$\therefore m \geq 4Q_k^2$$

2次のローパスフィルタ基本回路 l p a t 2 _ 2 . c i r

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

上記のmに対して、
$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{2Q_k^2}$$

$$FSF = \sqrt{mk}\omega_{ck}, R_1 = Z, R_2 = kZ, C_1 = m/Z/FSF, C_2 = 1/Z/FSF$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順3」

2次のローパスフィルタ回路形式1 lpatt2__2. cir 用

1 与えられた、 ω_{ck}, Q_k から $Q_{k2} = 4Q_k^2$ を計算する。

$C_2 = 0.01\mu F$ から、スタートする。 $er = 0.0025$

2 $C_{2m} = C_2$ の仮数部、 $C_{2y} = C_2$ の指数部とする。

$C_{2m} = E24[i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$ie = 1; i_{02} = 0; er = er$

3 $C_2 = E24[i_0 + i_{02}] * C_{2y}$

$m = Q_{k2}; C_1 = m * C_2$

C_1 より小さくない、最小のE24シリーズの値を求める。

$C_{1m} = E24[i_1];$

$i_{12} = 0$

4 $m = E24[i_1 + i_{12}] * C_{1y} / C_2$

もしも、 $m > 100 * Q_{k2}$ なら

もしも、 $++i_{02} < 24$ なら 3 に戻る。

$er = er * (++ie); i_{02} = 0; 3$ に戻る。

(誤差の許容範囲を拡大している)

$$k = \frac{m - 2Q_k^2 + \sqrt{m(m - 4Q_k^2)}}{4Q_k^2}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{mk}\omega_{ck}C_2}$$

$R_{1m} = E24[i_2]$ に最も近い i_2 と誤差を求める。

誤差が er より小さければ、6 に行く。

5 そうでなければ、 $++i_{12} < 24$ なら、4 に戻る。

$i_{12} = 24$ になったら、 $i_{12} = 0; C_{1y} *= 10.0; 4$ に戻る。

6 $R_2 = k * R_1;$

$R_{2m} = E24[i_2]$ に最も近い、 i_2 と誤差を求める。

誤差が er より大きければ、5 の戻る。

7 $C_1 = E24[i_1 + i_{12}] * C_{1y}$

2次のローパスフィルタ基本回路 lpatt2__2. cir

バターワース 及びチェビシェフ ローパスフィルタの場合

第11章 素子値をE24シリーズに合わせる

8 C1、C2、R1、R2および誤差を表示して、確認を求める。

C2を変更するなら、入力してもらい 2 に戻る。

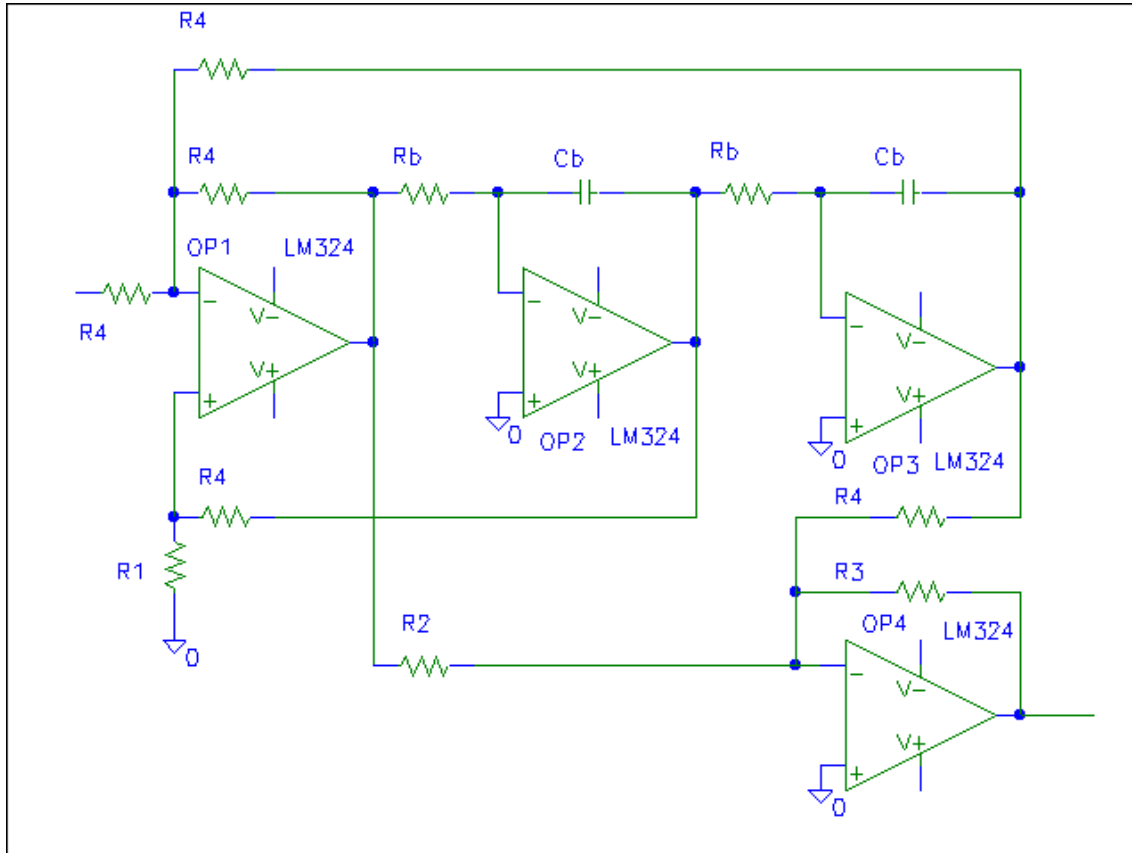
R1を変更するなら、入力してもらい $C_1 = \frac{1}{\sqrt{mk\omega_{ck}R_1}}$ として 2 に戻る。

次の候補を確認するならば、5 に戻る。

変更がなければ完了。

** 「手順2」とは、1 のQk2、4 のkの式が異なるだけ。

2次のローパスフィルタ基本回路 lpet1_2.cir



lpet1_2.cirの伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = \frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

2つの式の係数を比較して、

$$\frac{R_3}{R_2} = \omega_{ck}^2 r_k^2, \quad \omega_{ck}^2 = \frac{1}{C_b^2 R_b^2}, \quad 1/r_k^2 = \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4} = \frac{R_2}{R_4} \omega_{ck}^2, \quad \frac{\omega_{ck}}{Q_k} = \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)}$$

2次のローパスフィルタ基本回路 lpatt2_2.cir

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

第11章 素子値をE24シリーズに合わせる

$$\therefore R_1 = \frac{R_4}{3Q_k - 1} \quad \left(Q_k > \frac{1}{3} \right), \quad R_2 = \frac{R_4}{r_k^2 \omega_{ck}^2}$$

$$FSF = \omega_{ck}, R_b = Z, C_b = 1/Z/FSF, R_3 = R_4$$

素子値をE24シリーズに合わせる手順

「手順4」

2次のローパスフィルタ回路形式1 lp et 1__2. cir 用

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

各係数を $\frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$ と合わせます。

1 与えられた係数から、

$\omega_{ck2} = co[j][1], G = co[j][2], \omega_{b2} = co[j][3]$ を代入する。次に、

$\omega_{ck} = \sqrt{\omega_{ck2}}, Q_k = \omega_{ck} / co[j][0]$ を計算する。

2 $C_b = 0.01 \mu F$; $R_3 = 10 K$; $er0 = 0.0025$

3 $C_{bm} = C_b$ の仮数部、 $C_{by} = C_b$ の指数部とする。

$C_{bm} = E24[i0]$ に最も近い $i0$ を求める。

$i02 = 0$; $ie = 1$; $er = er0$

4 $C_b = E24[i0 + i02] * C_{by}$; $R_b = 1.0 / wck / C_b$

$R_{bm} = R_b$ の仮数部、 $R_{by} = R_b$ の指数部とする。

$R_{bm} = E24[i1]$ に最も近い $i1$ を求め、

R_{bm} のE24シリーズからの誤差が er 以下ならば6に行く。

5 誤差が er より大きい時

$++i02$; $i02 < 24$ なら、4に戻る。

$i02 = 24$ なら、 $i02 = 0$; $er = er0 * (++ie)$ 4に戻る

6 C_b , R_b 及び wck からの誤差を表示して確認を求める。

R_b を変更するなら、入力して $C_b = 1.0 / wck / R_b$; 3に戻る

C_b を変更するなら、入力して 3に戻る

次の候補を確認するなら、5に戻る

これで良ければ、7に行く

7 E24シリーズの値で近似するなら

$R_b = E24[i1] * R_{by}$; 6に戻る

E24シリーズに近似しなければ、8に行く

2次のローパスフィルタ基本回路 lp at 2__2. cir

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

第11章 素子値をE24シリーズに合わせる

8 $R_{4m} = R_4$ の仮数部、 $R_{4y} = R_4$ の指数部とする。同様に、 R_1 、 R_2 、 R_3 の仮数部、指数部を R_{1m} 、 R_{2m} 、 R_{3m} 、 R_{1y} 、 R_{2y} 、 R_{3y} とする。

$R_{4m} = E_{24} [i_0]$ に最も近い i_0 を求める。

$i_{02} = 0$; $i_e = 1$; $e_r = e_{r0}$

9 $R_4 = E_{24} [i_0 + i_{02}] * R_{4y}$; $R_1 = R_4 / (3 * Q_k - 1.0)$;

$R_{1m} = E_{24} [i_1]$ に最も近い i_1 を求める

E24シリーズからの誤差が e_r より小さければ、11 に行く

10 誤差が e_r より大きければ、 $++i_{02}$; $i_{02} < 24$ なら 9 に戻る

$i_{02} = 24$ なら、 $i_{02} = 0$; $e_r = e_{r0} * (++i_e)$; 9 に戻る

11 $R_2 = R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$; $i_{e2} = 1$; $e_r = e_{r0} * i_{e2}$;

12 $R_{2m} = E_{24} [i_2]$ に最も近い i_2 を求める

E24シリーズからの誤差が e_r より小さければ、15 に行く

13 誤差が e_r より大きければ、

$++i_{e2}$; $i_{e2} < 19$ なら、 $e_r = e_{r0} * i_{e2}$; 12 に戻る

14 $i_{e2} = 19$ ならば、 $e_r = e_{r0} * i_e$; 10 に戻る。

15 $R_3 = G * R_4 * w_{b2} / w_{ck2}$; $i_{e3} = 1$; $e_r = e_{r0} * i_{e3}$

16 $R_{3m} = E_{24} [i_3]$ に最も近い i_3 を求める。

E24シリーズからの誤差が e_r より小さければ、19 に行く

17 誤差が e_r より大きければ、

$++i_{e3}$; $i_{e3} < 20$ なら、 $e_r = e_{r0} * i_{e3}$; 16 に戻る

18 $i_{e3} = 20$ ならば、 $e_r = e_{r0} * i_e$; 10 に戻る

19 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 を表示して、確認を求める。

R_1 を変更するなら、入力して、 $R_4 = (3 * Q_k - 1.0) * R_1$

8 に戻る。

R_2 を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_2 * w_{ck2} / w_{b2}$

8 に戻る。

R_3 を変更するなら、入力して、 $R_4 = R_3 * w_{ck2} / w_{b2} / G$

8 に戻る。

R_4 を変更するなら、入力して、8 に戻る。

次の候補を確認するなら、10 に戻る

これで良ければ、20 に行く

20 E24シリーズの値に近似するなら

$R_1 = E_{24} [i_1] * R_{1y}$; $R_2 = E_{24} [i_2] * R_{2y}$;

$R_3 = E_{24} [i_3] * R_{3y}$; 15 に戻る

21 E24シリーズの値に近似しなければ、完了

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt{C_H} \sigma [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

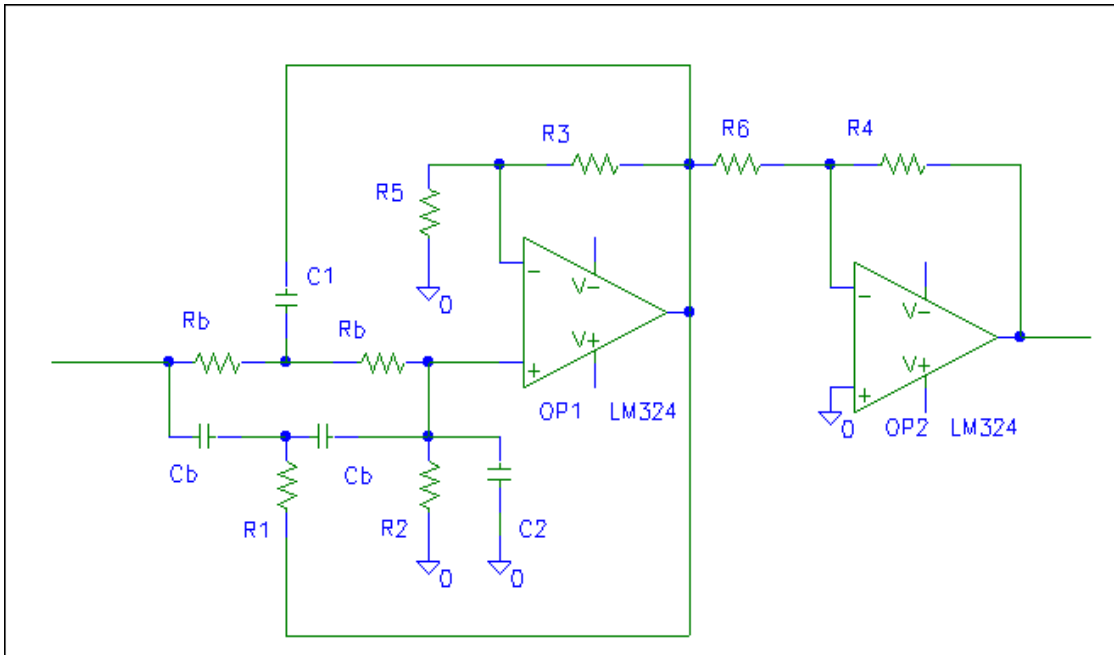
各係数を $\frac{R_3}{R_2} \frac{s^2 + \frac{R_2}{C_b^2 R_b^2 R_4}}{s^2 + \frac{3R_1}{C_b R_b (R_1 + R_4)} s + \frac{1}{C_b^2 R_b^2}}$ と合わせます。

「手順 4」がそのまま使用可能です。co[j][2] をフィルタの次数が偶数か奇数かによって正しく計算しておきます。

$$co[j][2] = \frac{1}{\sqrt{m/2} C_H} (m = \text{even}), \quad co[j][2] = \frac{1}{\sqrt{(m-1)/2} C_H \sigma} (m = \text{odd})$$

$$co[j][0] = p_v, \quad co[j][1] = q_v, \quad co[j][3] = (x_v \omega_p)^2$$

2次のローパスフィルタ基本回路 lpet2_2.cir



$$R1=R_b/2, C1=2C_b, R2=2R_b/kr, C2=kdC_b/2, R3=(kk-1)R5$$

l p e t 2 _ 2 . c i r の伝達関数

$$H_2(\omega_p, s) = -\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b(1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2(1+kd)}}$$

逆チェビシェフ ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_c, s) = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 (r_k^2 s^2 + 1)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2} = \prod_{k=0}^l \frac{\omega_{ck}^2 r_k^2 (s^2 + 1/r_k^2)}{s^2 + (\omega_{ck}/Q_k)s + \omega_{ck}^2}$$

楕円関数ローパスフィルタの場合

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{m/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{m/2} \sqrt[m/2]{C_H} [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{even})$$

$$H_m(\omega_p, s) = \frac{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} [s^2 + (x_v \omega_p)^2]}{\prod_{v=1}^{(m-1)/2} \sqrt[(m-1)/2]{C_H} \sigma [s^2 + p_v s + q_v]} \quad (m = \text{odd})$$

伝達関数の係数は、 $\frac{co[j][2](s^2 + co[j][3])}{s^2 + co[j][0]s + co[j][1]}$ の形で与えられるものとします。

各係数を $\frac{kk}{1+kd} \frac{R_4}{R_6} \frac{s^2 + \left(\frac{1}{C_b R_b}\right)^2}{s^2 + \frac{kd+kr+4-4kk}{C_b R_b (1+kd)} s + \frac{1+kr}{C_b^2 R_b^2 (1+kd)}}$ と合わせます。

E 2 4 近似ルーチンの例

```

/* *****
関数名 : lp_hp_1(Filt_param      &px, Trans      &tx)
機能 : w で与えられる周波数に対応する 1 次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
      最も近い値に近似する
      得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
      fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */
*/
void  Cir::lp_hp_1(Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
double  w;
        w = tx.Pr[0];
        C1 = 1e-8;
lp_hp_1_ag:
        getcl(C1, C1y, i0);
        ie0 = 1; i2 = 0;
lp_hp_1_loop_e:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lp_hp_1_loop:
        C1 = e24[i0 + i2] * C1y;
        R1 = 1.0 / C1 / w;
        if((err1 = getcl(R1, R1y, i1)) <= err)          goto  lp_hp_1_exit;
lp_hp_1_next:
        if(++i2 < 24)  goto  lp_hp_1_loop;
        ie0++; i2 = 0; goto  lp_hp_1_loop_e;
lp_hp_1_exit:
        switch(lphp1_disp(w, px, tx)){
                case  1:goto  lp_hp_1_ag;
                case  2:goto  lp_hp_1_next;
                case  3:goto  lp_hp_1_exit;
                default:break;
        }
}

```

```

/* *****
関数名 : lphp1_disp(double      &w, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能 : lp_hp_10 で計算された定数の値を表示して, R1または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
完了の場合には, 得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */

int  Cir::lphp1_disp(double  &w, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
    int  mode, y, y1;
    y = wherey0;    locate(1,y);    clrblw0;
    printf(" 1 次のフィルタ回路¥n");
    if(px.fil_type == 1)
        printf("%2d  R1_1 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
                1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
    else
        printf("%2d R1_1 = R1_2 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
                1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
    y1 = wherey0;
    printf("R1_1 を変更するなら R, C1_1 なら C, 他の候補を見るなら N¥n");
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case  'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                C1 = 1.0 / R1 / w; mode = 1;          break;
        case  'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
                mode = 1;          break;
        case  'n':mode = 2;          break;
        case  'e':R1 = e24[i1] * R1;   mode = 3;          break;
        case  'g':
        default: mode = 4;          break;
    }
}

```



```

    if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);    clrblw();
    if(px.fil_type == 1){tx.Pr[0] = tx.Pr[2] = 1./C1/R1;}
    else    {tx.Pr[0] = 1./C1/R1;    tx.Pr[1] = 1.;}
    printf("¥n");
    fprintf(fdat," 1 次のフィルタ回路¥n");
    if(px.fil_type == 1)
        fprintf(fdat,"%2d R1_1 = %-9s  C1_1 = %-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
            1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
    else
        fprintf(fdat,"%2d R1_1=R1_2=%-9s  C1_1=%-9s   誤差 = %.4lf %%¥n",
            1,i_unit(su[0],R1),i_unit(su[1],C1),err1 * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(1,"R1_%-d",R1);    search_wrt(1,"C1_%-d",C1);
        if(px.fil_type == 2)    search_wrt(1,"R2_%-d",R1);
    }
    return(mode);
}

/* *****
関数名 : cal_lpat_k(int    i, double &Qk2, double    m, double &k)
機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        m, Qk2 における, 2 つの抵抗の比  $k = R2/R1$  を求める

        2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        K, Qk2 における, 2 つのキャパシタの比  $m = C1 / C2$  を求めるには
        引き数を与える時に, m と k の順番を入れ替えればよい
***** */
void    Cir::cal_lpat_k(int        i, double&Qk2, double    m, double        &k)
{
    if(i == 1)k = ( m - Qk2/2. + sqrt(m*(m - Qk2)) ) / Qk2;
    else    k = ( m - Qk2/2. + sqrt(m*(m - Qk2)) ) * 2. / Qk2;
}

```

```

/* *****
関数名 : cal_lpat_Qk2(int i, double &Q, double &Qk2)
機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        2つのキャパシタの比  $m = C1/C2$  の最小値 Qk2 を求める

        2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        2つのキャパシタの比  $m = C1 / C2$  の最小値 Qk2 を求める時も
        このまま使用出来る
***** */

void Cir::cal_lpat_Qk2(int i, double &Q, double &Qk2)
{
    if(i == 1) Qk2 = 8. * pow(Q, 2.);
    else      Qk2 = 4. * pow(Q, 2.);
}

/* *****
関数名 : Cir::lpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : 2 次のローパスフィルタ回路 lpat1_2, lpat2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
        最も近い値に近似する
        i = 1 なら LP1, i = 2 なら LP2
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */

void Cir::lpat(int i, int j, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    double w, Q, Qk2, m, k;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]);      Q = w / tx.Sc[j][0];
    cal_lpat_Qk2(i, Q, Qk2);
    C1 = 1e-8;
lpat_ag:
    getcl(C1, C1y, i0);          ie0 = 1; i2 = 0;
lpat_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;

```

```

lpat_loop1:
    C1 = e24[i0 + i2] * C1y;
    m = Qk2;          C2 = C1 / m;
    getcl(C2, C2y, i1);      i1 += 24; i3 = 0;  C2y /= 10.;
lpat_loop2:
    C2 = e24[i1 - i3] * C2y;
    m = C1 / C2;
    if(m < Qk2){
        if(++i3 == 24) {C2y /= 10.;      i3 = 0;}
        goto    lpat_loop2;
    }
    if(m > 100. * Qk2){
        if(++i2 < 24)    goto    lpat_loop1;
        ie0++;  i2 = 0;  goto    lpat_loop_e;
    }
    cal_lpat_k(i, Qk2, m, k);
    R1 = 1. / C2 / w / sqrt(m * k);
    if((err1 = getcl(R1, R1y, i4)) <= err) goto    lpat_loop4;
lpat_loop3:
    if(++i3 == 24){i3 = 0;      C2y /= 10.0;}
    goto    lpat_loop2;
lpat_loop4:
    R2 = k * R1;
    if((err2 = getcl(R2, R2y, i5)) > err) goto    lpat_loop3;
lpat_exit:
    switch(lpat_disp(i, j, w, m, k, px, tx)){
        case    1:goto    lpat_ag;
        case    2:goto    lpat_loop3;
        case    3:goto    lpat_exit;
        default:break;
    }
}

```

```

/* *****
関数名 : lpat_disp(int    i, int    j, double&w, double    &m,
                  double  &k, Filt_param  &px, Trans    &tx)
機能 : lpat0 で計算された定数の値を表示して, R1 または C2 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
完了の場合には, 得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
i = 1 なら LP1, i = 2 なら LP2
*****
*/
int  Cir::lpat_disp(inti, int    j, double&w, double    &m,
                  double  &k, Filt_param  &px, Trans    &tx)
{
int  ord;
int  mode, y, y1;
ord = j + 1 + tx.odd;
y = wherey0;    if(y > 20)    {clr0;    y = wherey0;}
locate(1,y);    clrblw0;
printf("%2d  C1_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s¥n",
      ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2));
if(i == 1){
    printf("      R1_%-d=R3_%-d=%-9s      R2_%-d  =  %-9s      誤 差
= %.4lf %%¥n",
          ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
          sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
    else  {
        printf("      R1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s      誤差 = %.4lf %%¥n",
              ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
              sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
    }
}
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
      ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);

```

```

switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                C1 = m / R1 / w / sqrt(m * k);
                mode = 1;          break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);    mode = 1;
                break;
    case 'n':mode = 2;          break;
    case 'e':R1 = e24[i4] * R1y;
                R2 = e24[i5] * R2y;
                mode = 3;          break;

    case 'g':
    default: mode = 4;          break;
}

if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
if(i == 1){
    tx.Sc[j][0] = (R1 + 2.*R2)/R1/R2/C1;
    tx.Sc[j][1] = tx.Sc[j][4] = 1./R1/R2/C1/C2;
} else {
    tx.Sc[j][0] = (R1 + R2)/R1/R2/C1;
    tx.Sc[j][1] = tx.Sc[j][4] = 1./R1/R2/C1/C2;
}

printf("¥n");
fprintf(fdat,"%2d  C1_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2));
if(i == 1){
    fprintf(fdat,
            "      R1_%-d=R3_%-d=%-9s      R2_%-d=%-9s      誤 差
= %.4lf %%¥n",

            ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
} else {
    fprintf(fdat,"  R1_%-d=%-9s  R2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
            sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
}

```

```

        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);    search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
            if(i == 1)search_wrt(ord,"R3_%-d",R1);
            search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
        }
        return(mode);
    }
}

/* *****
関数名 : Cir::hpat(int    i, int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : 2 次のハイパスフィルタ回路 hpat1_2, hpat2_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
        i = 1 なら HP1, i = 2 なら HP2
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */
void    Cir::hpat(int    i, int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
    double    w, Q, Qk2, m, k;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]);    Q = w / tx.Sc[j][0];
    cal_lpat_Qk2(i, Q, Qk2);
    R1 = 1e3;
hpat_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);    ie0 = 1; i2 = 0;
hpat_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
hpat_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    k = Qk2; R2 = k * R1;
    R2 = getg(R2, R2y, i1);    i3 = 0;
hpat_loop2:
    R2 = e24[i1 + i3] * R2y;
    k = R2 / R1;
    if(k > 100. * Qk2){

```

```

                if(++i2) < 24)    goto    hpat_loop1;
                ie0++;  i2 = 0;    goto    hpat_loop_e;
            }
            cal_lpat_k(i, Qk2, k, m);
            C2 = 1. / R1 / w / sqrt(m * k);
            if((err1 = getcl(C2, C2y,i4)) <= err) goto    hpat_loop4;
hpat_loop3:
            if(++i3) >= 24){i3 = 0;    R2y *= 10.0;}
            goto    hpat_loop2;
hpat_loop4:
            C1 = m * C2;
            if((err2 = getcl(C1, C1y, i5)) > err) goto    hpat_loop3;
hpat_exit:
            switch(hpat_disp(i, j, w, m, k, px, tx)){
                case    1:goto    hpat_ag;
                case    2:goto    hpat_loop3;
                case    3:goto    hpat_exit;
                default:break;
            }
        }
    }

/* *****
関数名 : hpat_disp(int    i, int    j, double&w, double    &m,
                  double    &k, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : hpat() で計算された定数の値を表示して, R1 または C2 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
完了の場合には, 得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
i = 1 なら HP1, i = 2 なら HP2
*****
*/
int    Cir::hpat_disp(int    i, int    j, double&w, double    &m,
                    double    &k, Filt_param    &px,    Trans    &tx)
{
    int    ord;

```

```

int    mode, y, y1;
ord = j + 1 + tx.odd;
y = wherey0;    if(y > 20)        {clr0;    y = wherey0;}
locate(1,y);    clrblw0;
printf("%2d  R1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s¥n",
        ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2));
if(i == 1){
    printf("      C1_%-d=C3_%-d=%-9s      C2_%-d=%-9s      誤 差
= %.4lf %%¥n",

        ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}    else    {
    printf("  C1_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
        sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
}
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                mode = 1;        break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,28,1,0.0);
                R1 = m / C1 / w / sqrt(m * k);
                mode = 1;        break;
    case 'n':mode = 2;    break;
    case 'e':C1 = e24[i5] * C1y;
                C2 = e24[i4] * C2y;
                mode = 3;        break;
    case 'g':
    default: mode = 4;        break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw0; return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw0;

```



```

        if(i == 1){
            tx.Sc[j][0] = (C2 + 2.*C1)/C1/C2/R2;          tx.Sc[j][3] = 1.0;
            tx.Sc[j][1] = 1./R1/R2/C1/C2;
        } else {
            tx.Sc[j][0] = (C2 + C1)/C1/C2/R2;  tx.Sc[j][3] = 1.0;
            tx.Sc[j][1] = 1./R1/R2/C1/C2;
        }
        printf("¥n");
        fprintf(fdat,"%2d  R1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s¥n",
            ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2));
        if(i == 1){
            fprintf(fdat,
                "      C1_%-d=C3_%-d=%-9s      C2_%-d=%-9s      誤 差
= %.4lf %%¥n",
                ord,ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
                sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
        } else {
            fprintf(fdat,"  C1_%-d=%-9s  C2_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
                ord,i_unit(su[0],C1),ord,i_unit(su[1],C2),
                sqrt(err1*err1 + err2*err2)*100.);
        }
        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);    search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
            search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
            if(i == 1)search_wrt(ord,"C3_%-d",C1);
        }
        return(mode);
    }
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet1_RbCb(int j, double w, Filt_param &px)
機能 : lpet1
w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
フィルタ回路の Rb と Cb の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
最も近い値に近似する
*****

*/
void Cir::lpet1_RbCb(int j, double w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    Cb = 1e-8;
lpet1_RbCb_ag:
    getcl(Cb, Cby, i0);
    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet1_RbCb_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
lpet1_RbCb_loop:
    Cb = e24[i0 + i2] * Cby;
    Rb = 1.0 / Cb / w;
    if((err1 = getcl(Rb, Rby, i1)) <= err)        goto    lpet1_RbCb_exit;
lpet1_RbCb_next:
    if(++i2 < 24)    goto    lpet1_RbCb_loop;
    ie0++; i2 = 0;    goto    lpet1_RbCb_loop_e;
lpet1_RbCb_exit:
    switch(lpet1_RbCb_disp(j, w, px, tx)){
        case 1:goto    lpet1_RbCb_ag;
        case 2:goto    lpet1_RbCb_next;
        case 3:goto    lpet1_RbCb_exit;
        default:break;
    }
}
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet1_RbCb_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet1_RbCb() で計算された定数の値を表示して, Rb または Cb を変更
      するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了
      とするかを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として
      返す
***** */
int Cir::lpet1_RbCb_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20){clr(); y = wherey();}
    locate(1,y); clrblw();
    printf("%2d Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("Rb_%-d を変更するなら R, Cb%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':px.inp_para(&Rb,29,1,0.0);
                    Cb = 1.0 / Rb / w; mode = 1; break;
        case 'c':px.inp_para(&Cb,30,1,0.0);
                    mode = 1; break;
        case 'n':mode = 2; break;
        case 'e':Rb = e24[i1] * Rby; mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
    if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1); clrblw();
    fprintf(fdat,"%2d Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",

```

```

        ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),err1 * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"Rb_%-d",Rb);      search_wrt(ord,"Cb_%-d",Cb);
    }
    return(mode);
}

/* *****
関数名 : Cir::lpet1(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : 2 次のローパスまたはハイパスフィルタ回路 lpet1_2 において
        フィルタ回路の定数を求めて, 必要に応じて E24 シリーズに
        最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */
int    Cir::lpet1(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
    double  w, Q, k1, k2, k3;
    int     l;
    w = sqrt(tx.Sc[j][1]);      Q = w / tx.Sc[j][0];
    if(Q <= 1./3.)    {
        fprintf(fdat,"lpet1 で 変換不能, j = %d¥n",j);
        return(1);
    }
    lpet1_RbCb(j, w, px, tx);
    k1 = 1. / (3.*Q - 1.);      k2 = tx.Sc[j][4] / tx.Sc[j][1] / tx.Sc[j][2];
    k3 = tx.Sc[j][4] / tx.Sc[j][1];
    R1 = 1e3;
lpet1_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);          ie0 = 1; i2 = 0;
lpet1_loop_e:
    err = 0.002 * (double)ie0;
lpet1_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    R4 = R1 / k1;

```

```

        if((err1 = getcl(R4, R4y, i1)) > err) goto    lpet1_loop2;
        R2 = k2 * R4;
        if((err2 = getcl(R2, R2y, i3)) > err) goto    lpet1_loop2;
        R3 = k3 * R4;
        if((err3 = getcl(R3, R3y,i4)) <= err) goto    lpet1_exit;
lpet1_loop2:
        if(++i2 >= 24){ie0++;    i2 = 0;    goto    lpet1_loop_e;}
        goto    lpet1_loop1;
lpet1_exit:
        switch(lpet1_disp(j, px, tx)){
                case    1:goto    lpet1_ag;
                case    2:goto    lpet1_loop2;
                case    3:goto    lpet1_exit;
                default:break;
        }
        return(0);
}

/* *****
関数名 : lpet1_disp(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : lpet10 で計算された定数の値を表示して, R4 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
完了の場合には, 得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */
*/
int    Cir::lpet1_disp(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
if(px.fil_type < 3)ord = j + 1 + tx.odd;
else ord = j + 1;
y = wherey0;    if(y > 20){clr();    y = wherey0;}
locate(1,y);    clrblw0;
printf("%2d    R1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-9s R4_%-d = %-9s 誤

```

```

差 = %.4lf %%¥n",ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
ord,i_unit(su[2],R3),ord,i_unit(su[3],R4),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.);
y1 = wherey0;
printf("R1_%-d を変更するなら R, 他の候補を見るなら N¥n",ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                mode = 1;          break;
    case 'n':mode = 2;          break;
    case 'e':R4 = e24[i1] * R4y;
                R2 = e24[i3] * R2y;
                R3 = e24[i4] * R3y;
                mode = 3;          break;
    case 'g':
    default: mode = 4;          break;
}
if(mode != 4) {locate(1,y);      clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);      clrblw();
tx.Sc[j][0] = 3.*R1/(R1 + R4)/Cb/Rb;
tx.Sc[j][1] = pow(Cb * Rb, -2.);
tx.Sc[j][2] = R3 / R2;      tx.Sc[j][4] = R3 / R4 * tx.Sc[j][1];
printf("¥n");
fprintf(fdat,"%2d  R1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-9s R4_%-d = %-
9s 誤差 = %.4lf %%¥n",ord,ord,i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],R2),
ord,i_unit(su[2],R3),ord,i_unit(su[3],R4),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);      search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
    search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);      search_wrt(ord,"R4_%-d",R4);
}
return(mode);
}
}

```

```

/* *****
関数名 : Cir::lpet2(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : 2 次のローパスまたはハイパスフィルタ回路 lpet2_2 において
       フィルタ回路の定数を求めて、必要に応じて E24 シリーズに
       最も近い値に近似する
       得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
       fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */

int    Cir::lpet2(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
double  lpG, wz2, wp2, wz, wp, lpQ, kk, kd, kr;
    lpG = tx.Sc[j][2];
    wz2 = tx.Sc[j][4] / lpG;
    wp2 = tx.Sc[j][1];
    lpQ = sqrt(wp2) / tx.Sc[j][0];
    if(lpQ <= 0.5)    {
        fprintf(fdat,"lpet2 で 変換不能, j = %d¥n",j);
        return(1);
    }
    lpet2_c1(j, sqrt(wz2), px, tx);
    if(wz2 >= wp2)    lpet2_L(j, wp2, wz2, lpQ, kk, kd, px, tx);
    else    lpet2_H(j, wp2, wz2, lpQ, kk, kd, px, tx);
    lpet2_c2(j, kk, kd, lpG, px, tx);
    kk = R3 / R5 + 1.;    kd = 2.* C2 / Cb; kr = 2.* Rb / R2;
    wz = 1./ Cb / Rb; wz2 = wz * wz;
    tx.Sc[j][0] = (kd + kr + 4. - 4.* kk) * wz / (1. + kd);
    tx.Sc[j][1] = (1.+ kr) / (1.+ kd) * wz2;
    tx.Sc[j][2] = kk * R4 / (1.+ kd) / R6;
    tx.Sc[j][4] = tx.Sc[j][2] * wz2;
    return(0);
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet2_c1(int    j, doublew, Filt_param    &px)
機能 : w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の Rb と Cb , R1, C1 の定数を求めて,
      必要に応じて E24 シリーズに最も近い値に近似する
***** */

void    Cir::lpet2_c1(int j, double w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int      y, y1;
      Cb = 1e-8;
lpet2_c1_ag:
      getcl(Cb, Cby, i0);
      ie0 = 1; i2 = 0;
lpet2_c1_loop1:
      Cb = e24[i0 + i2] * Cby;
      Rb = 1. / Cb / w;
      err1 = getcl(Rb, Rby, i1);
      if(err1 <= 0.002 * (double)ie0)    goto    lpet2_c1_loop2;
lpet2_c1_loop4:
      if((i2++) >= 24) {ie0++; i2 = 0;}
      goto    lpet2_c1_loop1;
lpet2_c1_loop2:
      C1 = 2.* Cb;    ie1 = 10;
      err2 = getcl(C1, C1y, i3);
lpet2_c1_loop3:
      if(err2 <= 0.002 * (double)ie1)    goto    lpet2_c1_loop5;
      ie1 += 5;
      if(ie1 < 21)    goto    lpet2_c1_loop3;
      goto    lpet2_c1_loop4;
lpet2_c1_loop5:
      R1 = Rb / 2.;    ie2 = 10;
      err3 = getcl(R1, R1y, i4);
lpet2_c1_loop6:
      if(err3 <= 0.002 * (double)ie2)    goto    lpet2_c1_exit;
      ie2 += 5;

```



```

        if(ie2 < 21)      goto    lpet2_c1_loop6;
        goto    lpet2_c1_loop4;
lpet2_c1_exit:
        switch(lpet2_c1_disp(j, w, px, tx)){
                case    1:goto    lpet2_c1_ag;
                case    2:goto    lpet2_c1_loop4;
                case    3:goto    lpet2_c1_exit;
                default:break;
        }
}

/* *****
関数名 : lpet2_c1_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c1() で計算された定数の値を表示して, Rb または Cb を変更
      するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で
      完了とするかを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値
      として返す
***** */
*/
int    Cir::lpet2_c1_disp(int j, double &w, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int    ord;
    int    mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else    ord = j + 1;
    y = wherey();    if(y > 20){clr();    y = wherey();}
    locate(1,y);    clrblw();
    printf("%2d    Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s 誤
差 = %.4lf %%¥n",ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),
    ord,i_unit(su[2],R1),ord,i_unit(su[3],C1),
    sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("Rb_%-d を変更するなら R, Cb_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
        ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);

```

```

switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&Rb,29,1,0.0);
                Cb = 1.0 / Rb / w; mode = 1;          break;
    case 'c':px.inp_para(&Cb,30,1,0.0);
                mode = 1;          break;
    case 'n':mode = 2;          break;
    case 'e':Rb = e24[i1] * Rby;    mode = 3;
                C1 = e24[i3] * C1y;    R1 = e24[i4] * R1y;
                break;
    case 'g':
    default: mode = 4;          break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  Rb_%-d = %-9s Cb_%-d = %-9s R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-
9s  誤差 = %.4lf %%¥n",ord,ord, i_unit(su[0],Rb),ord,i_unit(su[1],Cb),
ord,i_unit(su[2],R1),ord,i_unit(su[3],C1),
sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"Rb_%-d",Rb);    search_wrt(ord,"Cb_%-d",Cb);
    search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);    search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
}
return(mode);
}

```

```

/* *****
関数名 : Cir::lpet2_L(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                    double &kk, double &kd, Filt_param &px)
機能 : lpet2_2 において、フィルタが 2 次のロ-パス回路の場合
      フィルタ回路の定数 R2, C2 を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
      最も近い値に近似する
***** */

void Cir::lpet2_L(int j, double wp2, double wz2, double Q,
                  double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double wp, wz, kda, kdb, kr, C2yorg;
wp = sqrt(wp2); wz = sqrt(wz2);
kda = wz2 / wp2 - 1.;
kdb = (Q*(wz2 - wp2) + wz*wp) / (Q*(wz2 + wp2) - wz*wp);
if(wz2 == wp2) kdmin = 1./(2.*Q - 1.);
else kdmin = ((kda > kdb) ? kda:kdb);
C2 = kdmin * Cb / 2.;

lpet2_L_ag:
getcl(C2, C2y, i0); ie0 = 1; i2 = 0; C2yorg = C2y;
lpet2_L_loope:
err = 0.002 * (double)ie0;
lpet2_L_loop1:
C2 = e24[i0 + i2] * C2y;
if((kd = 2.*C2 / Cb) > kdmin) goto lpet2_L_loop2;
lpet2_L_loop3:
if(++i2 >= 24){
C2y *= 10.; i2 = 0;
if(C2y > 100.*C2yorg) {C2y = C2yorg; ie0++; goto
lpet2_L_loope;}
}
goto lpet2_L_loop1;
lpet2_L_loop2:
kr = wp2 * (1. + kd) / wz2 - 1.;
R2 = 2.*Rb / kr;
if((err1 = getcl(R2, R2y, i1)) > err) goto lpet2_L_loop3;

```

```

lpet2_L_exit:
    switch(lpet2_L_disp(j, wp2, wz2, px, tx)){
        case 1:goto lpet2_L_ag;
        case 2:goto lpet2_L_loop3;
        case 3:goto lpet2_L_exit;
        default:break;
    }
    kk = (kd + kr + 4 - wp * (1 + kd) / wz / Q) / 4.;
}

/* *****
関数名 : lpet2_L_disp(int j, doublewp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_L0 で計算された定数の値を表示して, R2 を変更するか, C2 か
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */

int Cir::lpet2_L_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3)ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20){clr(); y = wherey();}
    locate(1,y); clrblw();
    printf("%2d R2_%-d = %-9s C2_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R2_%-d を変更するなら R, C2_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':px.inp_para(&R2,32,1,0.0);

```

```

        C2 = Cb * (wz2*(1+2.*Rb/R2)/wp2 - 1.0) / 2.;
        mode = 1;          break;
    case 'c':printf("C2 は %-9s 以上の値になります¥n",
        i_unit(su[0],kadmin * Cb / 2.));
        px.inp_para(&C2,28,1,0.0);
        mode = 1;          break;
    case 'n':mode = 2;      break;
    case 'e':R2 = e24[i1] * R2y;    mode = 3;          break;
    case 'g':
    default: mode = 4;        break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  R2_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
}
return(mode);
}

/* *****
関数名 : Cir::lpet2_H(int j, double wp2, double wz2, double Q,
        double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_2 において、フィルタが 2 次のハイパス回路の場合
        フィルタ回路の定数 R2, C2 を求めて、必要に応じて E24 シリ-ズに
        最も近い値に近似する
***** */
void Cir::lpet2_H(int j, double wp2, double wz2, double Q,
        double &kk, double &kd, Filt_param &px, Trans &tx)
{
double wp, wz, kra, krb, kr, R2yorg;
wp = sqrt(wp2); wz = sqrt(wz2);
kra = wp2 / wz2 - 1.;
krb = (Q*(wp2 - wz2) + wz*wp) / (Q*(wz2 + wp2) - wz*wp);

```

```

        krmin = ((kra > krb) ? kra:krb);
        R2 = 2.* Rb / krmin;
lpet2_H_ag:
        getcl(R2 / 10., R2y, i0);
        i2 = 24; ie0 = 1; R2yorg = R2y;
lpet2_H_loope:
        err = 0.002 * (double)ie0;
lpet2_H_loop1:
        R2 = e24[i0 + i2] * R2y;
        if((kr = 2.* Rb / R2) > krmin)      goto    lpet2_H_loop2;
lpet2_H_loop3:
        if(--i2 == 0)    {
                R2y /= 10.;      i2 = 24;
                if(R2y < R2yorg/100.)    {ie0++; R2y = R2yorg; goto
lpet2_H_loope;}
        }
        goto    lpet2_H_loop1;
lpet2_H_loop2:
        kd = wz2 * (1. + kr) / wp2 - 1.;
        C2 = kd * Cb / 2.;
        if((err1 = getcl(C2, C2y, i1)) > err) goto    lpet2_H_loop3;
lpet2_H_exit:
        switch(lpet2_H_disp(j, wp2, wz2, px, tx)){
                case    1:goto    lpet2_H_ag;
                case    2:goto    lpet2_H_loop3;
                case    3:goto    lpet2_H_exit;
                default:break;
        }
        kk = (kd + kr + 4 - wp * (1 + kd) / wz / Q) / 4.;
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet2_H_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_H0 で計算された定数の値を表示して, R2 を変更するか, C2 か
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
*****

*/
int Cir::lpet2_H_disp(int j, double wp2, double wz2,
                    Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20){clr(); y = wherey();}
    locate(1,y); clrblw();
    printf("%2d R2_%-d = %-9s C2_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R2_%-d を変更するなら R, C2_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':printf("R2 は %-9s 以下になります¥n",
                        i_unit(su[0],2.* Rb / krmin));
                px.inp_para(&R2,32,1,0.0);
                mode = 1; break;
        case 'c':px.inp_para(&C2,28,1,0.0);
                R2 = 2.* Rb / (wp2*(1+2.* C2/Cb)/wz2 - 1.0);
                mode = 1; break;
        case 'n':mode = 2; break;
        case 'e':C2 = e24[i1] * C2y; mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
}

```

```

    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);    clrblw();
    fprintf(fdat,"%2d  R2_%-d = %-9s  C2_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,ord, i_unit(su[0],R2),ord,i_unit(su[1],C2),err1 * 100.0);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);    search_wrt(ord,"C2_%-d",C2);
    }
    return(mode);
}

```



```

/* *****
関数名 : lpet2_c2(int      j, double kk, double      kd,
                  double  G, Filt_param  &px, Trans      &tx)
機能 : w で与えられる周波数に対応する極零型の 2 次のローパス又はハイパス
      フィルタ回路の R3 と R4 , R5, R6 の定数を求めて,
      必要に応じて E24 シリ-ズに最も近い値に近似する
***** */

void  Cir::lpet2_c2(int j, double kk, double      kd,
                    double  G, Filt_param  &px, Trans      &tx)
{
    R5 = 1e4;
lpet2_c2_ag:
    getcl(R5, R5y, i0);
    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet2_c2_loop1:
    R5 = e24[i0 + i2] * R5y;
    R3 = (kk - 1) * R5;
    err1 = getcl(R3, R3y, i1);
    if(err1 <= 0.002 * (double)ie0)      goto      lpet2_c2_loop2;
lpet2_c2_loop3:
    if(++i2 == 24)  {ie0++; i2 = 0;}
    goto      lpet2_c2_loop1;
lpet2_c2_loop2:
    switch(lpet2_c2_disp1(j, kk, px, tx)){
        case  1:goto  lpet2_c2_ag;
        case  2:goto  lpet2_c2_loop3;
        case  3:goto  lpet2_c2_loop2;
        default:break;
    }
    R6 = 1e4;
lpet2_c2_ag2:
    getcl(R6, R6y, i0);
    ie0 = 1; i2 = 0;
lpet2_c2_loop4:
    R6 = e24[i0 + i2] * R6y;

```

```

R4 = (1. + kd) * G * R6 / kk;
err1 = getcl(R4, R4y, i1);
if(err1 <= 0.002 * (double)ie0)    goto    lpet2_c2_exit;
lpet2_c2_loop5:
    if(++i2 == 24) {ie0++; i2 = 0;}
    goto    lpet2_c2_loop4;
lpet2_c2_exit:
    switch(lpet2_c2_disp2(j, kk, kd, G, px, tx)){
        case    1:goto    lpet2_c2_ag2;
        case    2:goto    lpet2_c2_loop5;
        case    3:goto    lpet2_c2_exit;
        default:break;
    }
}

/* *****
関数名 : lpet2_c2_disp1(int j, double kk, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c2() で計算された定数の値を表示して, R3 または R5 を変更
するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とする
かを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */

int    Cir::lpet2_c2_disp1(int j, double kk, Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int    ord;
    int    mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3)ord = j + 1 + tx.odd;
    else    ord = j + 1;
    y = wherey();    if(y > 20){clr();    y = wherey();}
    locate(1,y);    clrblw();
    printf("%2d    R3_%-d = %-9s    R5_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R5),err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R3_%-d を変更するなら 3, R5_%-d なら 5, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");

```

```

get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case '3':px.inp_para(&R3,33,1,0.0);
                R5 = R3 / (kk -1.);
                mode = 1;      break;
    case '5':px.inp_para(&R5,34,1,0.0);
                mode = 1;      break;
    case 'n':mode = 2;      break;
    case 'e':R3 = e24[i1] * R3y;      mode = 3;      break;
    case 'g':
    default: mode = 4;      break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);      clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
fprintf(fdat,"%2d  R3_%-d = %-9s  R5_%-d = %-9s    誤差 = %.4lf %%%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R5),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);      search_wrt(ord,"R5_%-d",R5);
}
return(mode);
}

```

```

/* *****
関数名 : lpet2_c2_disp2(int j,double kk,double kd,double G,
                      Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpet2_c2() で計算された定数の値を表示して, R4 または R6 を変更
      するか他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とする
      かを選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */
int Cir::lpet2_c2_disp2(int j,double kk,double kd, double G,
                      Filt_param &px, Trans &tx)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    if(px.fil_type < 3) ord = j + 1 + tx.odd;
    else ord = j + 1;
    y = wherey(); if(y > 20){clr(); y = wherey();}
    locate(1,y); clrblw();
    printf("%2d R4_%-d = %-9s R6_%-d = %-9s 誤差 = %.4lf %%¥n",
           ord,ord, i_unit(su[0],R4),ord,i_unit(su[1],R6),err1 * 100.0);
    y1 = wherey();
    printf("R4_%-d を変更するなら 4, R6_%-d なら 6, 他の候補を見るなら N¥n",
           ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case '4':px.inp_para(&R4,35,1,0.0);
                  R6 = kk * R4 / G / (1. + kd);
                  mode = 1; break;
        case '6':px.inp_para(&R6,36,1,0.0);
                  mode = 1; break;
        case 'n':mode = 2; break;
        case 'e':R4 = e24[i1] * R4y; mode = 3; break;
        case 'g':
        default: mode = 4; break;
    }
    if(mode != 4) {locate(1,y); clrblw(); return(mode);}
}

```

```

locate(1,y1);      clrblw();
printf("¥n");
fprintf(fdat,"%2d  R4_%-d = %-9s  R6_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
        ord,ord, i_unit(su[0],R4),ord,i_unit(su[1],R6),err1 * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R4_%-d",R4);      search_wrt(ord,"R6_%-d",R6);
}
return(mode);
}

/* *****
関数名 : bpat1(int      j, Filt_param      &px, Trans      &tx)
機能 : 1 次のバンドパスフィルタ回路の定数を求めて,
        必要に応じて E24 シリ-ズに最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */

int  Cir::bpat1(int      j, Filt_param      &px, Trans      &tx)
{
double  wp2, wp, lpG, lpQ, kc2, kr2;
wp2 = tx.Sc[j][1]; wp = sqrt(wp2);
lpQ = wp / tx.Sc[j][0];      lpG = tx.Sc[j][3] / tx.Sc[j][0];
if(lpQ <= sqrt(lpG / 2.))  {
    fprintf(fdat,"bpat1 で 変換不能, j = %d¥n",j);
    return(1);
}

R1 = 1e4;      kc2 = lpQ / lpG / wp;
kr2 = lpG / (2.* lpQ * lpQ - lpG);
bpat1_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);
    i2 = 0;  ie0 = 1;
bpat1_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat1_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;

```

```

        C1 = kc2 / R1;
        err1 = getcl(C1, C1y, i1);
        if(err1 <= err)    goto    bpat1_loop2;
bpat1_loop3:
        if(++i2 == 24){ie0++;    i2 = 0;    goto    bpat1_loope;}
        goto    bpat1_loop1;
bpat1_loop2:
        R2 = kr2 * R1;
        err2 = getcl(R2, R2y, i3);
        if(err2 > err)    goto    bpat1_loop3;
        R3 = 2.* lpG * R1;
        err3 = getcl(R3, R3y, i4);
        if(err3 > err)    goto    bpat1_loop3;
bpat1_exit:
        switch(bpat1_disp(j, kc2, px, tx)){
                case    1:goto    bpat1_ag;
                case    2:goto    bpat1_loop3;
                case    3:goto    bpat1_exit;
                default:break;
        }
        return(0);
}

/* *****
関数名 : lpat1_disp(int j,double kc2, Filt_param &px, Trans &tx)
機能 : lpat10 で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */

int    Cir::bpat1_disp(int j,double kc2, Filt_param &px, Trans &tx)
{
int    ord;
int    mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey0;    if(y > 20){clr0;    y = wherey0;}

```

```

locate(1,y);      clrblw();
printf("%2d  R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-9s  誤
差 = %.4lf %%"¥n",ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
      ord,i_unit(su[2],R2),ord,i_unit(su[3],R3),
      sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
y1 = wherey();
printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
      ord,ord);
printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
get_lower_string(buf);
switch(buf[0]){
    case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                mode = 1;      break;
    case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
                R1 = kc2 / C1;
                mode = 1;      break;
    case 'n':mode = 2;      break;
    case 'e':C1 = e24[i1] * C1y;
                R2 = e24[i3] * R2y;      R3 = e24[i4] * R3y;
                mode = 3;      break;
    case 'g':
    default: mode = 4;      break;
}
if(mode != 4)    {locate(1,y);      clrblw(); return(mode);}
locate(1,y1);    clrblw();
printf("¥n");
tx.Sc[j][0] = 2./C1 / R3;
tx.Sc[j][1] = (R1 + R2) / R1 / R2 / R3 / C1 / C1;
tx.Sc[j][3] = R3 / 2./R1 * tx.Sc[j][0];
fprintf(fdat,"%2d  R1_%-d = %-9s C1_%-d = %-9s R2_%-d = %-9s R3_%-d = %-
9s  誤差 = %.4lf %%"¥n",ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
      ord,i_unit(su[2],R2),ord,i_unit(su[3],R3),
      sqrt(err1*err1 + err2*err2 + err3*err3) * 100.0);
if(out_mode == 2){
    search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);      search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
    search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);      search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);
}

```

```

    }
    return(mode);
}

/* *****
関数名 : bpat2(int      j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
機能 : 1 次のバンドパスフィルタ回路の定数を求めて,
        必要に応じて E24 シリーズに最も近い値に近似する
        得られた定数の値を fckt で示される回路図ファイルと
        fdat で示される設計履歴ファイルに書き出す
***** */
int  Cir::bpat2(int    j, Filt_param    &px, Trans    &tx)
{
double  wp2, wp, lpG, lpQ, kc2, kr2;
    wp2 = tx.Sc[j][1]; wp = sqrt(wp2);
    lpQ = wp / tx.Sc[j][0];    lpG = tx.Sc[j][3] / tx.Sc[j][0];
    if(lpG < 1)    {
        fprintf(fdat,"bpat2 で 変換不能, j = %d¥n",j);
        return(1);
    }
    R1 = 1e4;
bpat2_ag:
    getcl(R1, R1y, i0);
    i2 = 0;    ie0 = 1;
bpat2_loope:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat2_loop1:
    R1 = e24[i0 + i2] * R1y;
    C1 = 2.* lpQ / R1 / wp;
    err1 = getcl(C1, C1y, i1);
    if(err1 <= err)    goto    bpat2_loop2;
bpat2_loop3:
    if(++i2 == 24){ie0++;    i2 = 0;    goto    bpat2_loope;}
    goto    bpat2_loop1;
bpat2_loop2:

```



```

    R2 = R1 / (2.* lpQ);
    err2 = getcl(R2, R2y, i3);
    if(err2 > err)      goto    bpat2_loop3;
bpat2_loop4:
    switch(bpat2_disp1(j, lpQ, wp, px)){
        case    1:goto    bpat2_ag;
        case    2:goto    bpat2_loop3;
        case    3:goto    bpat2_loop4;
        default:break;
    }
    R4 = 1e4;
bpat2_ag2:
    getcl(R4, R4y, i0);
    i2 = 0;   ie0 = 1;
bpat2_loope2:
    err = 0.002 * (double)ie0;
bpat2_loop5:
    R4 = e24[i0 + i2] * R4y;
    R3 = (lpG - 1.) * R4;
    if(R3 == 0)      err1 = 0;
    else      err1 = getcl(R3, R3y, i1);
    if(err1 <= err)      goto    bpat2_exit;
bpat2_loop6:
    if((++i2) == 24){ie0++;   i2 = 0;   goto    bpat2_loope2;}
    goto    bpat2_loop5;
bpat2_exit:
    switch(bpat2_disp2(j, px, tx)){
        case    1:goto    bpat2_ag2;
        case    2:goto    bpat2_loop6;
        case    3:goto    bpat2_exit;
        default:break;
    }
    return(0);
}

```

```

/* *****
関数名 : bpat2_disp1(int j,double lpQ, double wp,Filt_param &px)
機能 : lpat20 で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリーズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
*****

*/
int Cir::bpat2_disp1(int j,double lpQ, double wp,Filt_param &px)
{
    int ord;
    int mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey0;    if(y > 20){clr0;    y = wherey0;}
    locate(1,y);    clrblw0;
    printf("%2d   R1_%-d = %-9s   C1_%-d = %-9s   R2_%-d = %-9s   誤差
= %.4lf %%%¥n",          ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
                        ord,i_unit(su[2],R2),sqrt(err1*err1 + err2*err2) * 100.0);
    y1 = wherey0;
    printf("R1_%-d を変更するなら R, C1_%-d なら C, 他の候補を見るなら N¥n",
          ord,ord);
    printf("E24 シリーズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case 'r':px.inp_para(&R1,26,1,0.0);
                    mode = 1;          break;
        case 'c':px.inp_para(&C1,27,1,0.0);
                    R1 = 2.* lpQ / wp / C1;
                    mode = 1;          break;
        case 'n':mode = 2;          break;
        case 'e':C1 = e24[i1] * C1y;
                    R2 = e24[i3] * R2y;
                    mode = 3;          break;
        case 'g':
        default: mode = 4;          break;
    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw0; return(mode);}
}

```

```

        locate(1,y1);      clrblw();
        fprintf(fdat,"%2d  R1_%-d = %-9s  C1_%-d = %-9s  R2_%-d = %-9s  誤差
= %.4lf %%%¥n",          ord,ord, i_unit(su[0],R1),ord,i_unit(su[1],C1),
                        ord,i_unit(su[2],R2),sqrt(err1*err1 + err2*err2) * 100.0);
        if(out_mode == 2){
            search_wrt(ord,"R1_%-d",R1);      search_wrt(ord,"R2_%-d",R2);
            search_wrt(ord,"C1_%-d",C1);
        }
        return(mode);
    }

/* *****
関数名 : lpat2_disp2(int  j, Filt_param  &px, Trans  &tx)
機能 : lpat20 で計算された定数の値を表示して, R1 または C1 を変更するか
他の候補を探すか, E24 シリ-ズに近似するか, 現在の値で完了とするかを
選択し, それぞれの処理を行い, それを mode の値として返す
***** */
int  Cir::bpat2_disp2(int      j, Filt_param  &px, Trans  &tx)
{
    int  ord;
    int  mode, y, y1;
    ord = j + 1;
    y = wherey();  if(y > 20){clr();  y = wherey();}
    locate(1,y);      clrblw();
    printf("%2d  R3_%-d = %-9s  R4_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%%¥n",
            ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R4),err1 * 100.);
    y1 = wherey();
    printf("R4_%-d を変更するなら R, 他の候補を見るなら N¥n",ord);
    printf("E24 シリ-ズにするなら E, これで良ければ G を入力して下さい  ");
    get_lower_string(buf);
    switch(buf[0]){
        case  'r':px.inp_para(&R4,35,1,0.0);
                    mode = 1;      break;
        case  'n':mode = 2;      break;
        case  'e':if(R3 != 0)    R3 = e24[i1] * R3y;
    }

```

```

                                mode = 3;          break;

        case 'g':
            default: mode = 4;          break;
    }
    if(mode != 4)    {locate(1,y);    clrblw(); return(mode);}
    locate(1,y1);    clrblw();
    printf("¥n");
    tx.Sc[j][0] = 2./C1 / R1;
    tx.Sc[j][1] = pow(C1 * R2, -2.);
    tx.Sc[j][3] = (R3 + R4) / R4 * tx.Sc[j][0];
    fprintf(fdat,"%2d  R3_%-d = %-9s  R4_%-d = %-9s  誤差 = %.4lf %%¥n",
            ord,ord, i_unit(su[0],R3),ord,i_unit(su[1],R4),err1 * 100.);
    if(out_mode == 2){
        search_wrt(ord,"R3_%-d",R3);    search_wrt(ord,"R4_%-d",R4);
    }
    return(mode);
}

/* *****
関数名 : getcl(double    d, double    &yd, int &i)
機能 : 与えられた d の仮数部の値が、E24 シリーズのどれと
      最も近いかを計算して、i にその番号を、yd に指数部の
      値 10^nd をいれて、誤差を関数値として返す
***** */

double  Cir::getcl(double d, double    &yd, int &i)
{
    double  md,ld,nd,err1,err2;
    int     i0;
    ld = modf(log10(d), &nd);
    if(ld < 0){nd -= 1.0;    ld += 1.0;}
    md = pow(10.0, ld);
    i0 = (int)(ld * 24.0 + 0.5);
    if(md < e24[i0])  i0--;
    err1 = (md - e24[i0]) / md;
    err2 = (e24[i0+1] - md) / md;

```

```

        if(err1 > err2)    {i0++;   err1 = err2;}
        if(i0 >= 24){nd++;      i0 -= 24;}
        i = i0;   yd = pow(10.0, nd);
        return (err1);
    }

/* *****
関数名 : getg(double d,double    &yd,int &i)
機能 : 与えられた d の仮数部の値に対して、E24 シリーズ
       でそれよりも小さくない値の番号を計算し、
       i にその番号、yd に指数部の値を入れ、
       関数値として、d より小さくない E24 シリーズの
       値を返す
***** */
double  Cir::getg(double d,double&yd,int &i)
{
    double  mc,yc;
    int      i0;
    getcl(d, yc, i0);   mc = e24[i0] * yc;
    if(mc < d)          i0++;
    if(i0 >= 24){ yc *= 10.0;   i0 -= 24;}
    mc = e24[i0] * yc;
    yd = yc;
    i = i0;
    return mc;
}

```

```

/* *****
関数名 : search_def(void)
機能 : forg で示されるファイルから, 1行読み込んで
      .define の文字列があれば, ckt_prt を .define の
      次まで進めて戻り, なければ
      fckt で示されるファイルにその 1 行を書き出す
***** */

int Cir::search_def(void)
{
    while(!feof(forg)){
        fgets(ckt_str,250,forg);
        if((ckt_ptr=strstr(ckt_str,ckt_def)) != NULL){
            ckt_ptr += ckt_len;
            return(1);
        }
        fputs(ckt_str,fckt);
    }
    return(0);
}

/* *****
関数名 : search_wrt(int i,char *s1,double d)
機能 : i が負なら, s1 を文字列として使い,
      零または正なら書式として i を適用させ
      d を単位付きの文字列に変換したものと結合して
      forg で示されるファイルから読み込んだ 1 行の文字列の
      .define の後ろに追加してから, fckt で示されるファイルに書き出す
***** */

void Cir::search_wrt(int i, char *s1, double d)
{
    if(search_def() == 0) return;
    if(d <= 1e-9) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfp",d * 1e12);
    else if(d < 1e-3) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfu",d * 1e6);
    else if(d < 0.1) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfm",d * 1e3);

```

```

else    if(d    >= 1e9) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfG",d / 1e9);
else    if(d    >= 1e6) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfMEG",d / 1e6);
else    if(d    >= 1e3) sprintf(ckt_buf1,"%-.4lfK",d / 1e3);
else    sprintf(ckt_buf1,"%-.4lf",d);
if(i < 0) sprintf(ckt_buf2,"%s %s¥n",s1,ckt_buf1);
else    {
        sprintf(ckt_buf3,s1,i);
        sprintf(ckt_buf2,"%s %s¥n",ckt_buf3, ckt_buf1);
    }
strcpy(ckt_ptr,ckt_buf2);
fputs(ckt_str,fckt);
}

```

MC ACT 2 関数ドキュメント

1994/05/04 三浦 高志

(1) パラメータの入力

パラメータを入力して、伝達関数を計算するのに必要なパラメータを更新する
入力形式 1 は次数を入力しない、2 は次数を入力する

1-1 ローパスフィルタ及びハイパスフィルタ

a. バターワース inp__para1 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , f_c を更新する

2. m , f_c を入力する

b. チェビシェフ inp__para2 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , att_p , f_c を更新する

2. m , f_c , att_p を入力する (f_p も更新する)

c. 逆チェビシェフ inp__para3 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , $atts$, f_c を更新する

2. m , f_c , att_p , x_s を入力して
 m , $atts$, f_c を更新する (f_p も更新する)

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{att_p/10} - 1} \cosh\{m \cosh^{-1}(x_s)\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = f_s$$

d. 楕円関数 inp__para4 ()

1. f_p , att_p , x_s , $atts$ を入力して
 m , att_p , f_c , x_s を更新する

2. m , f_c , att_p , x_s を入力する (f_p も更新する)

1-2 バンドパスフィルタ

a. バターワース i n p _ p a r a 5 ()

1. f p 1, f p 2, x s, a t t sを入力して
m, b w, f cを更新する (a t t p=3. 0 1 0 3とする)
2. m, f p 1, f p 2を入力して
m, b w, f cを更新する (a t t p=3. 0 1 0 3とする)

b. チェビシェフ i n p _ p a r a 6 ()

1. f p 1, f p 2, a t t p, x s, a t t sを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する
2. m, f p 1, f p 2, a t t pを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する

c. 逆チェビシェフ i n p _ p a r a 7 ()

1. f p 1, f p 2, a t t p, x s, a t t sを入力して
m, b w, f c, a t t sを更新する
2. m, f p 1, f p 2, a t t p, x sを入力して
m, b w, f c, a t t sを更新する

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \cosh \left\{ m \cosh^{-1} \left(\frac{f_{s2} - f_{s1}}{f_{p2} - f_{p1}} \right) \right\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = \sqrt{f_{p2} f_{p1}}, b w = 2\pi(f_{s2} - f_{s1})$$

d. 楕円関数 i n p _ p a r a 8 ()

1. f p 1, f p 2, a t t p, x s, a t t sを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する
2. m, f p 1, f p 2, a t t p, x sを入力して
m, b w, f c, a t t pを更新する

1-3 バンドエリミネーションフィルタ

a. バターワース i n p _ p a r a 9 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc を更新する ($attp=3.0103$ とする)
2. m , f_{p1} , f_{p2} を入力して
 m , bw , fc を更新する ($attp=3.0103$ とする)

b. チェビシェフ i n p _ p a r a 1 0 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する
2. m , f_{p1} , f_{p2} , $attp$ を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する

c. 逆チェビシェフ i n p _ p a r a 1 1 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc , $atts$ を更新する
2. m , f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s を入力して
 m , bw , fc , $atts$ を更新する

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{10^{attp/10} - 1} \cosh \left\{ m \cosh^{-1} \left(\frac{f_{p2} - f_{p1}}{f_{s2} - f_{s1}} \right) \right\}$$

$$atts = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \right)$$

$$f_c = \sqrt{f_{p2} f_{p1}}, bw = 2\pi(f_{s2} - f_{s1})$$

d. 楕円関数 i n p _ p a r a 1 2 ()

1. f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s , $atts$ を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する
2. m , f_{p1} , f_{p2} , $attp$, x_s を入力して
 m , bw , fc , $attp$ を更新する

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

1 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{Bs + C}{s + A} \rightarrow \frac{\text{Pr}[1]s + \text{Pr}[2]}{s + \text{Pr}[0]}$$

2 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{Cs^2 + Ds + E}{s^2 + As + B} \rightarrow \frac{\text{Sc}[\nu][2]s^2 + \text{Sc}[\nu][3]s + \text{Sc}[\nu][4]}{s^2 + \text{Sc}[\nu][0]s + \text{Sc}[\nu][1]}$$

(3) 伝達関数をディジタルフィルタに変換する

1 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{\text{Pr}[1]s + \text{Pr}[2]}{s + \text{Pr}[0]} \rightarrow \frac{\text{Pr}[1] + \text{Pr}[2]z^{-1}}{1 + \text{Pr}[0]z^{-1}}$$

2 次式の係数は次の様に保存する

$$\frac{\text{Sc}[\nu][2]s^2 + \text{Sc}[\nu][3]s + \text{Sc}[\nu][4]}{s^2 + \text{Sc}[\nu][0]s + \text{Sc}[\nu][1]} \rightarrow \frac{\text{Sc}[\nu][2] + \text{Sc}[\nu][3]z^{-1} + \text{Sc}[\nu][4]z^{-2}}{1 + \text{Sc}[\nu][0]z^{-1} + \text{Sc}[\nu][1]z^{-2}}$$

(2) から (3) への変換式は次のとおり

サンプリング周波数を f_s として、 $ts = 1/f_s$ を用いて

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$ $p_1 = \text{Pr}[1]$ $p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$\text{Pr}[0] = \frac{-2 + p_0 * ts}{2 + p_0 * ts} \quad \text{Pr}[1] = \frac{2p_1 + p_2 * ts}{2 + p_0 * ts} \quad \text{Pr}[2] = \frac{-2p_1 + p_2 * ts}{2 + p_0 * ts}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[\nu][0]$ $p_1 = \text{Sc}[\nu][1]$ $p_2 = \text{Sc}[\nu][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[\nu][3]$ $p_4 = \text{Sc}[\nu][4]$

$$\begin{aligned} \text{Sc}[\nu][0] &= \frac{2(-4 + p_1 t_s^2)}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} & \text{Sc}[\nu][1] &= \frac{4 - 2p_0 t_s + p_1 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \\ \text{Sc}[\nu][2] &= \frac{4p_2 + 2p_3 t_s + p_4 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} & \text{Sc}[\nu][3] &= \frac{2(-4p_2 + p_4 t_s^2)}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \\ \text{Sc}[\nu][4] &= \frac{4p_2 - 2p_3 t_s + p_4 t_s^2}{4 + 2p_0 t_s + p_1 t_s^2} \end{aligned}$$

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

(4) アナログフィルタの角周波数 ω におけるゲインの計算

$s = j\omega$ $j = \sqrt{-1}$ として、 $A = 0$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$ $p_1 = \text{Pr}[1]$ $p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$A+ = 20\log_{10}\{abs(p_1 * s + p_2)\}$$

$$A- = 20\log_{10}\{abs(s + p_0)\}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[\nu][0]$ $p_1 = \text{Sc}[\nu][1]$ $p_2 = \text{Sc}[\nu][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[\nu][3]$ $p_4 = \text{Sc}[\nu][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

```
for( $\nu = 0$ ;  $\nu \leq lp$ ;  $\nu++$ ) {
     $A+ = 20\log_{10}\{abs(p_2 * s^2 + p_3 * s + p_4)\};$ 
     $A- = 20\log_{10}\{abs(s^2 + p_0 * s + p_1)\};$ 
}
```

(5) アナログフィルタの角周波数 ω における位相の計算

$s = j\omega$ $j = \sqrt{-1}$ として、 $A = 0$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0]$ $p_1 = \text{Pr}[1]$ $p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$A = \text{arg_adjust}\{A + \text{arg}(p_1 * s + p_2)\}$$

$$A = \text{arg_adjust}\{A - \text{arg}(s + p_0)\}$$

$$\text{arg_adjust}(\text{double } A) \{$$

$$\text{if}(A > \pi) A- = 2\pi;$$

$$\text{if}(A < -\pi) A+ = 2\pi;$$

$$\text{return}(A);$$

}

2 次式については、 $p_0 = \text{Sec}[\nu][0]$ $p_1 = \text{Sec}[\nu][1]$ $p_2 = \text{Sec}[\nu][2]$ として
 $p_3 = \text{Sec}[\nu][3]$ $p_4 = \text{Sec}[\nu][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

```
for( $\nu = 0; \nu \leq lp; \nu++$ ) {  
     $A = \arg\_adjust\{A + \arg(p_2 * s^2 + p_3 * s + p_4)\};$   
     $A = \arg\_adjust\{A - \arg(s^2 + p_0 * s + p_1)\};$   
}
```

(5) デジタルフィルタの角周波数 ω におけるゲインの計算

$$z^{-1} = \exp(-j\omega * t_s) \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$A+ = 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(p_1 + p_2 * z^{-1}) \right\}$$

$$A- = 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(1 + p_0 * z^{-1}) \right\}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[v][0] \quad p_1 = \text{Sc}[v][1] \quad p_2 = \text{Sc}[v][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[v][3] \quad p_4 = \text{Sc}[v][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

$$\begin{aligned} & \text{for}(v=0; v \leq lp; v++) \{ \\ & \quad A+ = 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(p_2 + p_3 * z^{-1} + p_4 * z^{-2}) \right\}; \\ & \quad A- = 20 \log_{10} \left\{ \text{abs}(1 + p_0 * z^{-1} + p_1 * z^{-2}) \right\}; \\ & \} \end{aligned}$$

(6) デジタルフィルタの角周波数 ω における位相の計算

$$z^{-1} = \exp(-j\omega * t_s) \quad j = \sqrt{-1} \text{ として、 } A = 0$$

1 次式については、 $p_0 = \text{Pr}[0] \quad p_1 = \text{Pr}[1] \quad p_2 = \text{Pr}[2]$ として

$$A = \text{arg_adjust} \left\{ A + \text{arg}(p_1 + p_2 * z^{-1}) \right\}$$

$$A = \text{arg_adjust} \left\{ A - \text{arg}(1 + p_0 * z^{-1}) \right\}$$

$$\text{arg_adjust}(\text{double } A) \{$$

$$\quad \text{if}(A > \pi) A- = 2\pi;$$

$$\quad \text{if}(A < -\pi) A+ = 2\pi;$$

$$\quad \text{return}(A);$$

$$\}$$

2 次式については、 $p_0 = \text{Sc}[v][0] \quad p_1 = \text{Sc}[v][1] \quad p_2 = \text{Sc}[v][2]$ として
 $p_3 = \text{Sc}[v][3] \quad p_4 = \text{Sc}[v][4]$

2 次式の個数を $lp+1$ とすると、

(2) パラメータから伝達関数の係数を計算する

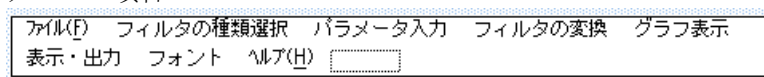
```
for(v=0; v<=lp; v++){
    A = arg_adjust{A + arg(p2 + p3 * z-1 + p4 * z-2)};
    A = arg_adjust{A - arg(1 + p0 * z-1 + p1 * z-2)};
}
```

1995/04/23 三浦 高志
Windowsアプリ 第2作目

Windows版 Mcact2 処理ルーチンの解説

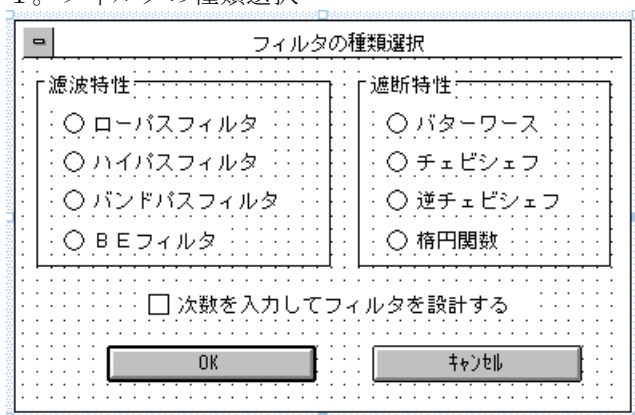
1. ダイアログ

メニュー項目

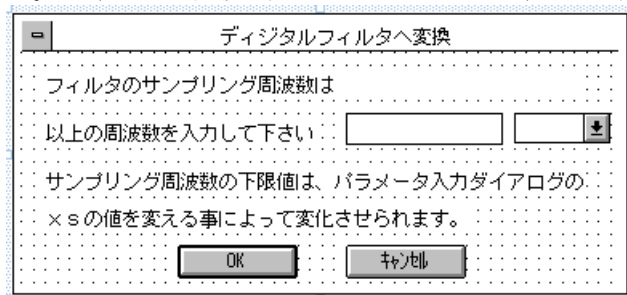


メニューから起動される各ダイアログ

1. フィルタの種類選択

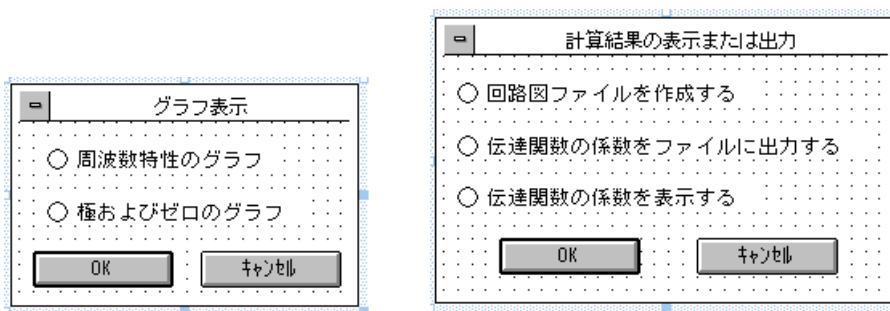


3. フィルタの変換 (アナログ → デジタル)



4. グラフ表示

5. 表示・出力



2. パラメータ入力

次数を入力しない、パラメータ入力ダイアログ

2-1 ローパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	バターワース
カットオフ付近で減衰域の周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_s/F_p$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-2 ローパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	
カットオフ周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_s/F_p$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-3 ハイパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	バターワース
カットオフ付近で減衰域の周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_p/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-4 ハイパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	
カットオフ周波数 F_p	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_p における減衰量又はリプル att_p	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_s として, $X_s = F_p/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_s における減衰量 $atts$	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-5 バンドパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	バターワース
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量は 3.01dB とします			
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として, $x_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-6 バンドパス チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として, $x_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-7 B E バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	B E フィルタ	遮断特性	バターワース
阻止帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量は 3.01dB とします			
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として, $x_s = F_{s1}/F_{p1}$ を次の範囲で			
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="OK"/>
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-8 BE チェビシェフ、逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	BEフィルタ	遮断特性	
阻止帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1} \cdot x_s$)			↓
阻止帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2} / x_s$)			↓
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp		dB	
減衰量を指定する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で			
入力して下さい $1 < x_s <$		倍	OK
周波数 F_{s1}, F_{s2} における減衰量 atts		dB	キャンセル

以上は、次数を入力しないパラメータ入力のダイアログ

次数を入力する、パラメータ入力のダイアログ

2-9 ローパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	バターワース
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$			
カットオフ周波数 F_c			OK
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_s / F_c$		倍	キャンセル

2-10 ローパス チェビシェフ

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$			
カットオフ周波数 F_c			↓
周波数 F_c における減衰量又はリプル attp		dB	OK
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_s / F_c$		倍	キャンセル

2-11 ローパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ローパスフィルタ	遮断特性	
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$			
カットオフ周波数 F_c			↓
周波数 F_c における減衰量又はリプル attp		dB	OK
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_s / F_c$		倍	キャンセル

2-12 ハイパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	バターワース
設計するフィルタの次数 $m (<= 58)$			
カットオフ周波数 F_c			↓
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $x_s = F_c / F_s$		倍	OK
			キャンセル

2-13 ハイパス チェビシェフ

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=50)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_c における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $X_s = F_c/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-14 ローパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	ハイパスフィルタ	遮断特性	
設計するフィルタの次数 $m(<=50)$	<input type="text"/>		
カットオフ周波数 F_c	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_c における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_s として、 $X_s = F_c/F_s$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-15 バンドパス バターワース

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	バターワース
設計するフィルタの次数 $m(<=50)$	<input type="text"/>		
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-16 バンドパス チェビシェフ

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=50)$	<input type="text"/>		
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-17 バンドパス 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力			
フィルタの種類	バンドパスフィルタ	遮断特性	
設計するフィルタの次数 $m(<=50)$	<input type="text"/>		
通過帯域 下端の周波数 F_{p1} : ($F_{s1} = F_{p1}/x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
通過帯域 上端の周波数 F_{p2} : ($F_{s2} = F_{p2}*x_s$)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/>	dB	<input type="button" value="OK"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $X_s = F_{p1}/F_{s1}$	<input type="text"/>	倍	<input type="button" value="キャンセル"/>

2-18 BE パターワース

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性 パターワース
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

2-19 BE チェビシェフ

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性 チェビシェフ
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/> dB
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

2-20 BE 逆チェビシェフ、楕円関数

設計パラメータの入力	
フィルタの種類 BEフィルタ	遮断特性
設計するフィルタの次数 $m(<=58)$	<input type="text"/>
阻止帯域 下端の周波数 $F_{p1} : (F_{s1} = F_{p1} * x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
阻止帯域 上端の周波数 $F_{p2} : (F_{s2} = F_{p2} / x_s)$	<input type="text"/> <input type="button" value="↓"/>
周波数 F_{p1}, F_{p2} における減衰量又はリプル attp	<input type="text"/> dB
最低減衰量に達する周波数を F_{s1} として、 $x_s = F_{s1} / F_{p1}$ を次の範囲で	<input type="text"/> <input type="button" value="OK"/>
入力して下さい $1 < x_s <$	<input type="text"/> 倍 <input type="button" value="キャンセル"/>

2。処理ルーチンの解説

パラメータ入力の解説

(1)para01 Low Pass Butter 次数入力しない
Again:

```
attp <-- attp3;
f p 表示                      一一>    入力    一一>    f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fp / pow(PP,1/(2.0 * m));
```

(2)para02 Low Pass Chev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
```

(3)para02 Low Pass InvChev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一>    入力    一一>    fc = f p
a t t p 表示                      一一>    入力    一一>    a t t p
x s 表示                      一一>    入力    一一>    x s
a t t s 表示                      一一>    入力    一一>    a t t s
fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fs;
```

(4)para02 Low Pass Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
```

f p 表示	――> 入力	――> fc = f p
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p
x s 表示	――> 入力	――> x s
a t t s 表示	――> 入力	――> a t t s

```

fs = fp * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
cal_daen_m(); adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
if(jisu_chk(m)) goto Again;
    
```

(5)para03 High Pass Butter 次数入力しない
Again:

attp <-- attp3;		
f p 表示	――> 入力	――> f p
a t t p 表示	――> 入力	――> a t t p
x s 表示	――> 入力	――> x s
a t t s 表示	――> 入力	――> a t t s

```

fs = fp / xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10(xs);
m = (int)ceil(d); d = (double)m;
if(jisu_chk(m)) goto Again;
fc = fp * pow(PP,1/(2.0 * m));
    
```

(6)para04 High Pass Chev 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示  ――> 入力  ――> fc = f p
a t t p 表示  ――> 入力  ――> a t t p
x s 表示  ――> 入力  ――> x s
a t t s 表示  ――> 入力  ――> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
m = (int)ceil(d); d = (double)m;
if(jisu_chk(m)) goto Again;
    
```

(7)para04 High Pass InvChev 次数入力しない
Again:

```

get_attp();
遮断特性表示
f p 表示  ――> 入力  ――> fc = f p
a t t p 表示  ――> 入力  ――> a t t p
x s 表示  ――> 入力  ――> x s
a t t s 表示  ――> 入力  ――> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh(xs);
    
```

```
m = (int)ceil(d);    d = (double)m;
if(jisu_chk(m))    goto    Again;
fc = fs;
```

(8)para04 High Pass Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 表示                      一一> 入力                      一一> fc = f p
a t t p 表示                      一一> 入力                      一一> a t t p
x s 表示                      一一> 入力                      一一> x s
a t t s 表示                      一一> 入力                      一一> a t t s
fs = fp / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
cal_daen_m();                      adjust_m(m, atts);                      //実際の a t t s 値は attsbuf に入
る
if(jisu_chk(m))                      goto    Again;
```

(9)para05 Band Pass Butter 次数入力しない
Again:

```
attp <- attp3;
f p 1 表示                      一一> 入力                      一一> f p 1
f p 2 表示                      一一> 入力                      一一> f p 2
a t t p 表示                      一一> 入力                      一一> a t t p
x s 表示                      一一> 入力                      一一> x s
a t t s 表示                      一一> 入力                      一一> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                      fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))                      goto    Again;
```

(10)para06 Band Pass Chev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示                      一一> 入力                      一一> f p 1
f p 2 表示                      一一> 入力                      一一> f p 2
a t t p 表示                      一一> 入力                      一一> a t t p
x s 表示                      一一> 入力                      一一> x s
a t t s 表示                      一一> 入力                      一一> a t t s
fs1 = fp1 / xs;                      fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();                      attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))                      goto    Again;
```

(11)para06 Band Pass InvChev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
```


遮断特性表示

```
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 / xs;  fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();       attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1));
cal_m_fc_bw_i();
if(jisu_chk(m))  goto    Again;
```

(12)para06 Band Pass Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 / xs;  fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;  xsbuf = (fs2 - fs1) / (fp2 - fp1);      swap_xs();
cal_daen_m();    adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
swap_xs();       cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))  goto    Again;
```

(13)para07 BE Flt Butter 次数入力しない
Again:

```
attp <- attp3;
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 * xs;  fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
d = log10(SS/PP)/2.0/log10((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))  goto    Again;
```

(14)para08 BE Flt Chev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示      ー> 入力 ー> f p 1
f p 2 表示      ー> 入力 ー> f p 2
a t t p 表示     ー> 入力 ー> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示        ー> 入力 ー> x s
a t t s 表示     ー> 入力 ー> a t t s
fs1 = fp1 * xs;  fs2 = fp2 / xs;
```

```
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1));
cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
```

(15)para08 BE Flt InvChev 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示            --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示            --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示          --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示              --> 入力 --> x s
a t t s 表示          --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;        fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;
d = acosh(sqrt(SS/PP))/acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1));
cal_m_fc_bw_i();
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
```

(16)para08 BE Flt Ellipse 次数入力しない
Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
f p 1 表示            --> 入力 --> f p 1
f p 2 表示            --> 入力 --> f p 2
a t t p 表示          --> 入力 --> a t t p
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
x s 表示              --> 入力 --> x s
a t t s 表示          --> 入力 --> a t t s
fs1 = fp1 * xs;        fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
attpbuf = attp;        xsbuf = (fp2 - fp1) / (fs2 - fs1); swap_xs();
cal_daen_m();          adjust_m(m, atts); //実際の a t t s 値は attsbuf に入る
swap_xs();            cal_m_fc_bw();
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
```

(17)para09 Low Pass Butter 次数入力する
Again:

```
m表示                --> 入力 --> m
f p 表示            --> 入力 --> f c = f p
x s 表示            --> 入力 --> x s
if(jisu_chk(m))      goto      Again;
attp <- attp3;
cal_fs_atts();        //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる
```

(18)para10 Low Pass Chev 次数入力する
Again:

```
get_attp();
m表示                --> 入力 --> m
f p 表示            --> 入力 --> f c = f p
```

```

a t t p 表示  --> 入力  --> a t t p
x s 表示    --> 入力  --> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp;
cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れ
る

```

```

(19)para11          Low Pass          InvChev 次数入力する
double ineps;
Again:
get_attp();
遮断特性表示
m表示              --> 入力  --> m
f p 表示           --> 入力  --> f c = f p
a t t p 表示       --> 入力  --> a t t p
x s 表示           --> 入力  --> x s
if(jisu_chk(m))    goto Again;
attpbuf = attp;    fs = fp * xs;      cal_P_S();      fc = fs;
ineps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh(xs));      eps = 1 / ineps;
attsbuf = 10.0 * log10(ineps * ineps + 1.0);

```

```

(20)para11          Low Pass          Ellipse 次数入力する
Again:
get_attp();
遮断特性表示
m表示              --> 入力  --> m
f p 表示           --> 入力  --> f c = f p
a t t p 表示       --> 入力  --> a t t p
x s 表示           --> 入力  --> x s
if(jisu_chk(m))    goto Again;
attpbuf = attp;    fs = fp * xs;      cal_P_S();
attsbuf = cal_LL_EE();

```

```

(21)para12          High Pass          Butter 次数入力する
Again:
m表示              --> 入力  --> m
f p 表示           --> 入力  --> f c = f p
x s 表示           --> 入力  --> x s
if(jisu_chk(m))    goto Again;
attp <- attp3;
cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れ
る

```

```

(22)para13          High Pass          Chev 次数入力する
Again:
get_attp();
m表示              --> 入力  --> m
f p 表示           --> 入力  --> f c = f p
a t t p 表示       --> 入力  --> a t t p
x s 表示           --> 入力  --> x s
if(jisu_chk(m))    goto Again;

```

```

        attpbuf = attp;
        cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f   に入れ
る

```

```

(23)para14          High Pass          InvChev  次数入力する
double  ineps;
Again:
    get_attp();
    遮断特性表示
    m表示           一一>  入力  一一>  m
    f p 表示        一一>  入力  一一>  f c = f p
    a t t p 表示    一一>  入力  一一>  a t t p
    x s 表示        一一>  入力  一一>  x s
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;
    attpbuf = attp;  fs = fp / xs;      cal_P_S();      fc = fs;
    ineps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh(xs));      eps = 1 / ineps;
    attsbuf = 10.0 * log10(ineps * ineps + 1.0);

```

```

(24)para14          High Pass          Ellipse  次数入力する
Again:
    get_attp();
    遮断特性表示
    m表示           一一>  入力  一一>  m
    f p 表示        一一>  入力  一一>  f c = f p
    a t t p 表示    一一>  入力  一一>  a t t p
    x s 表示        一一>  入力  一一>  x s
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;
    attpbuf = attp;  fs = fp / xs;      cal_P_S();
    attsbuf = cal_LL_EE( );

```

```

(25)para15          Band Pass          Butter  次数入力する
Again:
    m表示           一一>  入力  一一>  m
    f p 1 表示      一一>  入力  一一>  f p 1
    f p 2 表示      一一>  入力  一一>  f p 2
    x s 表示        一一>  入力  一一>  x s
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;
    attp <- attp3;
    cal_m_fc_bw();
    cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f   に入れ
る

```

```

(26)para16          Band Pass          Chev    次数入力する
Again:
    get_attp();
    m表示           一一>  入力  一一>  m
    f p 1 表示      一一>  入力  一一>  f p 1
    f p 2 表示      一一>  入力  一一>  f p 2
    x s 表示        一一>  入力  一一>  x s
    a t t p 表示    一一>  入力  一一>  a t t p
    if(jisu_chk(m)) goto    Again;

```

```
attpbuf = attp;
cal_m_fc_bw();
cal_fs_atts(); // f s と a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる
```

(27)para17 Band Pass InvChev 次数入力する

```
double inveps;
Again:
get_attp();
遮断特性表示
m表示 一一> 入力 一一> m
f p 1 表示 一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示 一一> 入力 一一> f p 2
a t t p 表示 一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示 一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp; fs1 = fp1 / xs; fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh((fs2 - fs1) / (fp2 - fp1)));
eps = 1 / inveps;
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);
cal_m_fc_bw_i();
```

(28)para17 Band Pass Ellipse 次数入力する

```
Again:
get_attp();
遮断特性表示
m表示 一一> 入力 一一> m
f p 1 表示 一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示 一一> 入力 一一> f p 2
a t t p 表示 一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示 一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp; fs1 = fp1 / xs; fs2 = fp2 * xs;
cal_P_S();
xsbuf = (fs2 - fs1) / (fp2 - fp1);
swap_xs(); attsbuf = cal_LL_EE(); swap_xs();
cal_m_fc_bw();
```

(29)para18 BE Flt Butter 次数入力する

```
Again:
m表示 一一> 入力 一一> m
f p 1 表示 一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示 一一> 入力 一一> f p 2
x s 表示 一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attp <- attp3;
cal_m_fc_bw();
cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる
```

(30)para19 BE Flt Chev 次数入力する

Again:

```
get_attp();
m表示          一一> 入力 一一> m
f p 1 表示     一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示     一一> 入力 一一> f p 2
x s 表示       一一> 入力 一一> x s
a t t p 表示   一一> 入力 一一> a t t p
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp;
cal_m_fc_bw();
cal_fs_atts(); //デフォルトの x s で a t t s を計算し、a t t s b u f に入れる
```

(31)para20 BE Flt InvChev 次数入力する

double inveps, lmt;

Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
m表示          一一> 入力 一一> m
f p 1 表示     一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示     一一> 入力 一一> f p 2
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
a t t p 表示   一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示       一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp; fs1 = fp1 * xs; fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
inveps = sqrt(PP) * cosh((double)m * acosh((fp2 - fp1) / (fs2 - fs1)));
eps = 1 / inveps;
attsbuf = 10.0 * log10(inveps * inveps + 1.0);
cal_m_fc_bw_i();
```

(32)para20 BE Flt Ellipse 次数入力する

double lmt;

Again:

```
get_attp();
遮断特性表示
m表示          一一> 入力 一一> m
f p 1 表示     一一> 入力 一一> f p 1
f p 2 表示     一一> 入力 一一> f p 2
lmt = sqrt(fp2 / fp1);
a t t p 表示   一一> 入力 一一> a t t p
x s 表示       一一> 入力 一一> x s
if(jisu_chk(m)) goto Again;
attpbuf = attp; fs1 = fp1 * xs; fs2 = fp2 / xs;
cal_P_S();
xsbuf = (fp2 - fp1) / (fs2 - fs1);
swap_xs(); attsbuf = cal_LL_EE(); swap_xs();
cal_m_fc_bw();
```